



《国家三角测量和精密 导线测量规范》说明

国家测绘总局编

测绘出版社

《国家三角测量和精密 导线测量规范》

说 明

国家测绘总局编

测 绘 出 版 社

1974年

本书是对《国家三角测量和精密导线测量规范》各项主要规定的说明和实验论证；在执行上述规范时，参考本书可了解制定该规范的依据。

本书供天文大地测量专业人员及从事国家等级的控制测量作业人员参考。

**《国家三角测量和精密
导线测量规范》**

说 明

国家测绘总局编

(只限国内发行)

*

测绘出版社

地质印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本：787×1092 毫米 1/32 印张：3 1/16 字数：74 千字

1974 年 12 月第一版 1974 年 12 月第一次印刷

印数：1—21,500 册 定价 0.35 元

统一书号：15039·新 10

目 录

前 言	1
第一章 总 则	2
第二章 技术设计和选点	3
第三章 造标和埋石	17
第四章 测角仪器的检验	20
第五章 水平角观测	32
第六章 大地点的高程测定	56
第七章 精密导线测量	68
第八章 验算	85

前 言

我们遵循毛主席关于“在生产斗争和科学实验范围内,人类总是不断发展的,自然界也总是不断发展的,永远不会停止在一个水平上。因此,人类总得不断地总结经验,有所发现,有所发明,有所创造,有所前进。”和“改革不合理的规章制度”的教导,对一九五八年颁发的《一、二、三、四等三角测量细则》进行了全面的修改工作。

在修改过程中,首先较系统地翻阅了我国建国以来大地测量工作重要的技术总结和有关研究资料,以及广大测绘人员提出的若干合理化建议;并对上述总结、研究和建议资料,进行比较认真的分析研究,不仅设法从理论上论证,而且在有关单位的大力协助下,还进行了一定数量的实际验证工作。

在“鼓足干劲,力争上游,多快好省地建设社会主义”的总路线的指引下,根据当前技术装备情况和作业的实际需要,删掉了原《细则》中一些陈旧的内容,增添了一些新的章节,并对生产实施中若干具体规定进行了修改。总的布设原则和精度要求,仍依照国务院一九五九年颁布的《中华人民共和国大地测量法式(草案)》,但由于科学技术的发展和若干年来实施的经验,在个别问题上,提法略有不同,有些作了补充。

为了使广大测绘人员了解这次规范的修改情况和提出宝贵意见,不断地改革规范中不合理的规定,使之更加符合客观实际,正确地指导生产,现将修改的具体情况和理由说明于后,供大家参考。

第一章 总 则

本章叙述布设大地测量水平控制网(通称大地控制网)的总原则,包括建立大地控制网的基本方法和布设的基本方案,总的精度要求,采用的参考椭球的大小和定位,计算高程的基准面,以及大地控制点的平面坐标系统。

和原《细则》相比,本章把各等级三角测量的一些具体技术规定放在第二章“技术设计和选点”中,以免重复,也便于技术设计时使用,不必前后翻阅。另外,在第2、6、7、8四条中,对精密导线测量作了基本的规定,这是原《细则》中所没有的。

原《细则》中第29条规定“在布设导线有利的地区,一、二、三、四等三角测量得以相应精度的导线测量代替之。”实际上,在一般地区布设导线测量,代替各等级三角测量,达到相应的精度和密度,就目前测距仪器发展的水平来看,从作业组织、人力物力的需要和作业速度等方面来考虑,还不如三角测量有利。因此,在我国的大地测量实践中,一般地区还没有采用精密导线测量代替三角测量的实例。但在特殊困难地区,采用电磁波测距精密导线测量方法布设较稀疏的大地控制网,迅速地把全国统一坐标系统传算到边远地区,用以控制小比例尺测图,根据我国十余年的实践经验,已经取得较好的效果。因此,在本规范中,把精密导线测量方法规定为在特殊困难地区布设大地控制网的一种方法。在第2条中就规定了:建立大地控制网,主要采用三角测量方法,在特殊困难地区也可采用精密导线测量或其它适当的方法。

鉴于在特殊困难地区,短期内,除某些局部地区外,对大地控制点的密度要求一般还比较稀疏,因此精密导线测量虽然也和三角测量一样,分为一、二、三、四等,但对于它们布设密度的要求则不必与三角测量相对应。另一方面,考虑到将来的发展,又绝不能把精密导线的精度要求降低到仅能适应当前测图的需要。所以对精密导线测角和测边的精度要求,以及导线节的纵横向中误差,仍力求与相应等级的三角测量大体相适应,以便将来可以根据需要,随时增加导线网的密度,使之能够满足各种比例尺测图,以及经济建设和科学技术对大地控制网的各种要求。这就是本章第6、7、8条,以及第七章“精密导线测量”各项技术规定所遵循的基本原则。关于这些技术规定的根据,将在第七章的说明中加以阐述。

第二章 技术设计和选点

本章与原《细则》相比,主要的修改在于:根据近二十年来电磁波测距仪器的发展,和我国十余年来使用实践的成功经验,去掉了原《细则》中有关基线和基线网技术规定的条文,而增加了用电磁波测距仪测定起始边长的有关技术规定。

当然,在国家大地网中测定起始边长,不再使用基线丈量和基线扩大网的方法,并不等于完全废除了基线丈量的方法。为了检定电磁波测距仪的性能和精度,今后仍有必要同用因瓦基线尺丈量的基线长度作比较。为此,甚至还须建立若干条测定精度极高的、长度较长的比较基线。此外,经济建设和科学研究某些部门为了满足某些特殊任务的需要,也还有可能使用因瓦基

线尺丈量基线。在进行这种基线丈量时，原颁布的有关《细则》仍旧可以适用。既然国家大地网中现已改用电磁波测距方法测定起始边长，所以对于基线的有关规定，这里就不再列入。

此外，本章在其它一些技术规定方面，也有一些修改，现按条文顺序分述如下：

第 13 条，本条强调了相邻二等网彼此互相妥善联接。实际上，二等三角网是整个国家大地网的全面基础，因此全国的二等三角网应联接成一整体，而不应限于联接至一等边上为止。

同样由于以上原因，对二等网边长的范围也作了规定。除仍规定平均边长为 13 公里以外，一般只允许在 10 至 18 公里之间变动，以免边长变化过于悬殊。过去由于强调二等网用较好图形（三角形和菱形）联接至一等边上，在二等网与一等网连接处，常有超过 20 公里的边长，影响二等网本身的均匀性。本条对二等边长作了限制，同时允许在一般情况下，即可用 2 至 4 个三角形联接至一等边。

在全面三角网中，三角形的图形对整个网的精度影响较小，因此对二等三角形的角度，除一般仍要求大于 30° 外，如受地形限制，或为了降低觇标高度，个别角度允许小至 25° 。这样可使选点有较大的灵活性，而不损害二等网的精度。而且由于对边长的范围作了规定，实际上只能在极个别的情况下出现小于 30° 的角度。

第 14 条，对于加密三、四等网的方法，规定一般采用插网的方法，只有加密个别三、四等点时，才可采用插点的方法。插点的缺点在于相邻插点之间一般不作联测，因此也不要求通视。这对于进一步加密造成困难，而且不联测的边精度较低，对于以后使用也不方便。当然插点便于按典型图型平差，比较简单。但插网的平差，在已普遍采用电子计算机解算的今天来说，反而比一

个一个点按典型图型平差更简便,而且使整个网精度均匀,便于使用和发展。

在插网时,三、四等三角形的图形对于精度影响也是较小的,因此也同二等网一样,允许个别角度小至 25° 。

第 15 条,一、二等起始边的选定,既须照顾测距的要求,又须考虑测定天文方位角的要求,所以应特别注意避开不利的地形。

测定起始边长,最好不作分段观测,分段观测既增加工作量和费用,也使最后边长受到分段观测和投影的误差影响。因此选定起始边时,必须使之适应于所用测距仪的有效测程。当全程测距确有困难时,方可分两段测定。此时中间点必须选在靠近中央处,因此规定每测段不得短于 8 公里。为了使分段观测的误差小于规定测距误差的 $1/3$,规定两测段与起始边的夹角都不大于 12° 。

设 s' 为一个测段的测定长度, s 为其投影到起始边的长度, β 为测段与起始边的夹角,显然:

$$s = s' \cos \beta$$

$$m_s^2 = m_{s'}^2 \cos^2 \beta + \frac{m_\rho^2}{\rho^2} s'^2 \sin^2 \beta$$

上式右方第一项是测距误差,后一项是投影的误差。为使后一项小于测距规定误差的 $1/3$,必须使

$$\frac{m_\rho}{\rho} \sin \beta \leq \frac{1}{3} \frac{m_s}{s} \quad (2-1)$$

对于起始边来说,要求 $\frac{m_s}{s} < 1:35$ 万, β 角按二等精度观测, $m_\rho = \pm 1''$,代入式(2-1),所以

$$\sin \beta \leq \frac{\rho''}{1050000''} \cong 0.2$$

即 β 小于 $11^\circ.5$, 规定 β 应不大于 12°

此外, 还规定, 当起始边两端高差 h (米) 不超过 $30s_{\text{公里}}$ 时, 可以根据两端三角高程测定的高差将起始边的斜距化为水平距。这是根据三角高程的精度和化为水平距的误差限制而规定的。根据我国实测三角高程精度的统计, 三角高程测定高差 h 的中误差, 在最不利的观测条件下, 可用以下经验公式表示 (详见第六章的说明)

$$m_h = \pm 0.025s_{\text{公里}} \quad (2-2)$$

m_h 以米为单位。化至水平距离的改正公式主项为

$$c = -\frac{h^2}{2s}$$

高差 h 测定的误差对于 c 的影响可按

$$m_c = \frac{h}{s} m_h \quad (2-3)$$

来估算。如果要求 $\frac{m_c}{s}$ 约等于 $\frac{1}{4} \cdot \frac{m_s}{s}$, 并顾及起始边要求 $\frac{m_s}{s} \leq 1:35$ 万, 将以上关系和式(2-2)代入式(2-3), 即可得出:

$$h_* \leq 30 \cdot s_{\text{公里}} \quad (2-4)$$

h 以米为单位。实际上, 当锁网的三角高程平差后, m_h 还可以减少 $1/3$ 以上, 所以对于化算水平边长是有足够保证的。

在选定起始边时, 应尽量使两端高差不超出上式规定, 否则就要用水准测量联测, 求定高差, 而对于起伏较大的地区, 水准测量将是极为困难的。

对于两 endpoint 高差的测定方法, 过去曾规定当

$$h_* \leq s^2_{\text{公里}} \quad (2-5)$$

时, 可用三角高程的方法求定高差, 这是从假定 $m_h = \pm 1$ 米, 并规定 $\frac{m_c}{s} \leq 1:100$ 万, 代入式(2-3)而求出的。这个式子不管边

长有多长,都假定 $m_h = \pm 1$ 米,而实际上三角高程测量的中误差与边长 s 有关,对 20 公里的边长,中误差一般只有 ± 0.5 米左右。所以过去规定的式(2-5)对于不到 30 公里的边长都显得太严,改用式(2-4)比较合理。

第 20 条,关于用几何水准联测三角点高程的密度问题,过去规定供给 1:10 万, 1:5 万和 1:2.5 万比例尺测图,每一图幅中应至少有一个三角点的高程用水准联测。这样水准联测点的密度分别达到每隔 40、20、10 公里一个点,相当于一、二、三等三角锁网中每隔不到二条边就要有一个联测点。因此水准测量路线须要布得很密,工作量很大。对 1:1 万比例尺测图,原《细则》要求原则上所有三角点都用几何水准测定其高程,水准测量工作量更大了。

但是根据实践经验,三角高程网平差时,大量减少水准联测的高程起算点的密度,对网中各点高程的平差结果影响极为微小。不同单位对不同地区类型的三角高程网作了不少试验,都得出同样的结论。

为了合理地规定三角高程网高程起算点的密度,对各种类型三角高程网平差后的高程精度作了估算,结果证实了上述实践经验的正确性。根据理论估算所得的公式,按不同的测图等高距,计算了各等级三角锁网的高程起算点最低限度的密度。本条各项规定就是根据以上估算得出的。由于新规定与旧规定相差较大,有必要予以详细说明如下。

首先指出,减少高程起算点的密度,并不是在假定三角高程测量本身有较高精度的前提下得出的结论。相反,在估算时我们采用了在最不利观测条件下三角高程精度的经验公式,即沿一条边对向观测时,所求高差的中误差为

$$m_h = \pm 0.025 s_{\text{公里}} \quad (2-6)$$

关于这个经验公式，将在第六章说明中作较详细的介绍。这里仅须指出，这个经验公式是与原《细则》关于三角高程闭合图形的限差公式相一致的。

认为高程起算点的密度可以减少，主要是在三角高程网进行整体平差的条件下，根据对大地点高程所作的精度估算而得出的结论。

1. 对于一等三角锁，设为一个单三角形锁，如图 2-1 所示。A、B 为水准联测的高程起算点，相隔 N 边，其间各三角点的高程用三角高程推算。显然推算高程的最弱点在中央的 M 点。以每一三角形各边高差之和为零，及 A、B 之间推算高程必须闭合为条件，对单锁高程进行平差，求出最弱点 M 高程的权倒数为

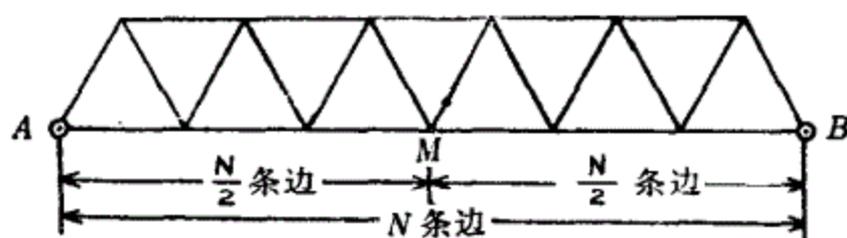


图 2-1

$$\frac{1}{P_M} = 0.1N + 0.2 \quad (2-7)$$

于是 M 点的高程中误差为

$$m_M = m \sqrt{\frac{1}{P_m}} = m \sqrt{0.1N + 0.2} \quad (2-8)$$

式中 m 为用三角高程测定一边高差的中误差。

我们要求一等三角点的高程精度足以控制 10 米等高距测图，即每一点的高程中误差不得大于 $1/10$ 测图等高距，即 $m_M \leq 1$ 米（此精度也完全可以满足标高改正计算对高程的精度要求）。对于每一条一等边的三角高程中误差，我们按较长边长 $s = 30$ 公里估算，根据式(2-6)求出

$$m = \pm 0.75 \text{ 米}$$

将以上数值代入式(2-8),即可求出高程起算点间隔的边数不得超过 16, 即

$$N \leq 16$$

在以上估算中,我们采用了在最不利观测条件下的三角高程精度经验公式(2-6),并假定了较长的边长 $s = 30$ 公里,所以估算结果对任何情况都有足够的保证。但是考虑到个别边的三角高程成果可能由于超限而被舍弃,这时平差后的精度将会有所降低,因此我们在规定中进一步留有余地,采用了

$$\text{平原: } N \leq 10$$

$$\text{山地: } N \leq 14$$

任一点距高程起算点不得超过 $\frac{N}{2}$ 条边。

2. 对于二、三、四等网,我们作了几种不同的估算,以便互相验证,确保无误。现分别介绍如下:

(a) 按三角形双锁估算,如图 2-2 所示。

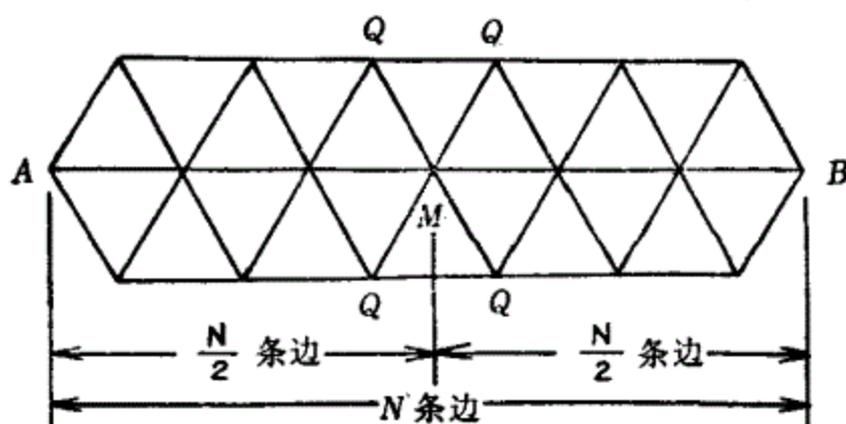


图 2-2

图中 A 、 B 为高程起算点,从双锁中间一排点算,相隔 N 条边。平差后中间一排最弱点为 M ,而外侧两排点最弱点为 Q 。当 N 为偶数时,外侧两排最弱点共有 4 个。当 N 为奇数时,外侧

两排最弱点共有 2 个，而中间一排最弱点也有 2 个。不管 N 为奇数或偶数，我们都用 M 表示中间一排的最弱点， Q 表示外侧两排的最弱点。

首先用条件平差法，以各三角形各边高差的闭合差为零，和高程起算点 AB 间的高差闭合差为零这些条件，推算中间最弱点 M 平差后高程的权倒数。这样可以得出一个一般公式，对于 $N \geq 6$ 的偶数 N 值，都可得出正确的数值：

$$\frac{1}{P_M} = \frac{1}{16}(N + 2.45) \quad (2-9)$$

当 N 为奇数时，由于双锁中间一排有两个最弱点，按上式求出的权数 P_M 较正确值略小，但相差不超过 2%。

但就全网而论，平差后高程权最小的点是位于外侧边的中间，即 Q 。为了考察图 2-2 所示双锁形外侧最弱点 Q 与中排最弱点 M 之间的大概关系，对于 $N=6, 7, 8$ 三种情况进行了计算，结果列于表 2-1。

双锁最弱点权数
(高程起算点位于中排边的两端) 表 2-1

最弱点位置	平 差 后 高 程 的 权		
	$N=6$	$N=7$	$N=8$
中排边 M	1.895	1.716	1.531
外侧边 Q^*	1.786	1.631	1.462

* Q 点的 N 值是沿外侧边计算的。如图 2-2 中， Q 点的 N 值为 7。余可类推。

由表 2-1 可见，外侧边最弱点 Q 的权比中排点 M 的权小 5% 左右， N 愈大，差别愈小。

为了考察外侧边各点平差后高程的权，还对 $N=6$ 的情况进行了计算，结果如图 2-3 所示。图中点上所注的数值即为该

点平差后高程的权。对称位置的点具有相等的权，未一一注记。

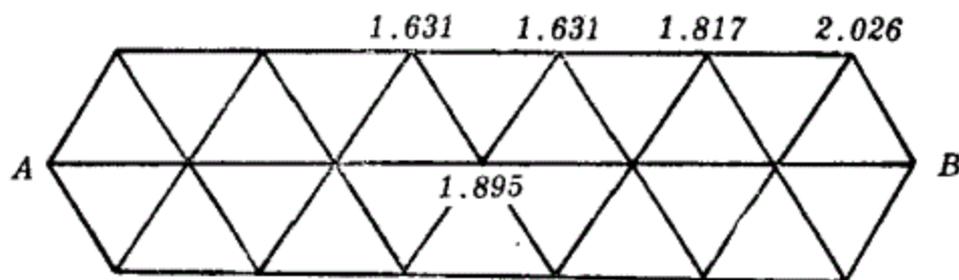


图 2-3

由图 2-3 可见，外侧边各点的权显著小于中排点的权，距起算点 B 仅两条边的外侧点的权还小于中排距 B 三条边点的权。由此可见，在估算高程起算点最大间距时，应以外侧边最弱点的权为准。

以上是按起算点在双锁中排边两端的情况估算的。如果起算点 A 、 B 在一个外侧边的两端，如图 2-4 所示，则两外侧边最弱点 Q_1 和 Q_2 的权如图中所注的数字。图中距起算点最远的点为 Q_2 ，相应于 $N=8$ ，与表 2-1 中起算点在中间一排点两端时 $N=8$ 的情况相比， P_Q 约减小 11.4%。

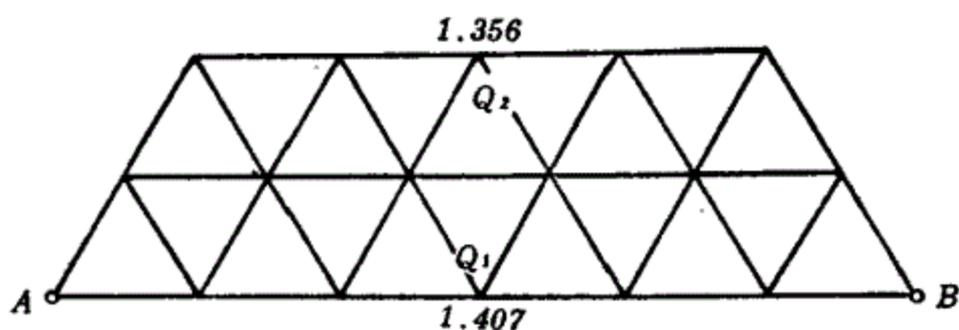


图 2-4

由此可见，为了把反映双锁中排最弱点 M 的高程权倒数与起算点间隔边数 N 的关系式(2-9)，用于估算起算点位于双锁最不利位置(如图 2-4)时的外侧边最弱点 Q 的高程权倒数，必须注意 P_Q 可能比式(2-9)求得的 P_M 小 12% 左右。

(b) 按四排三角锁估算, 如图 2-5 所示。

二、三等三角网一般规模较大, 其结构比双锁为强。为了考察在较大网中高程权的情况, 对图 2-5 所示的四排三角锁进行了权的估算。所得结果如下:

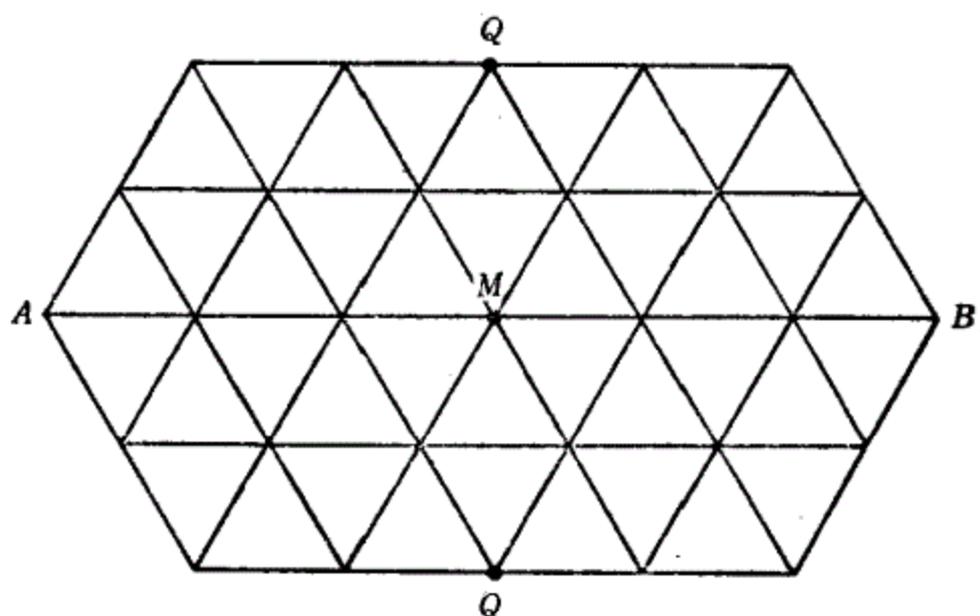


图 2-5

中排最弱点 M : $P_M = 2.127$ ($N=6$)

外侧最弱点 Q : $P_Q = 1.593$ ($N=8$)

将以上数值与表 2-1 所列相比, 外侧最弱点的权 P_Q 提高不过 9% 左右。但中间点 M 的权 P_M 提高达 12% 以上。由此可见, 网的结构加强, 可使网的中间部分点的高程的权数有较大增长, 而对边缘部分最弱点的权增长有限。为了设计安全起见, 按双锁估算留有较多余地是比较恰当的。除此以外, 在网中还可能有个别三角高程测量成果因超限而被舍弃, 设计时留有余地就更加必要了。

(c) 高程起算点不设在边缘, 而设在稍靠内部的情况。

对于一个中排有 14 条边的四排三角形锁构成的网, 只顾及三角形高差闭合条件, 不顾及起算点间闭合条件, 由中排一端靠

内部两条边的点开始, 沿中排边向另一端推算 1~10 条边的高差权倒数, 得出以下公式

$$\frac{1}{P_n} = 0.143n + 0.254 \quad (2-10)$$

n 为推算边数。

为顾及起算点间高程闭合条件, 设起算点相隔 N 边, 距中间最弱点各 $\frac{N}{2}$ 边, 则

$$\frac{1}{P_{M'}} = \frac{1}{2} \left(0.143 \frac{N}{2} + 0.254 \right) = 0.036N + 0.13 \quad (2-11)$$

此处用 M' 表示中间最弱点。

要注意式(2-11)与式(2-9)的意义稍有不同。式(2-9)中两起算点总是在网(双锁)的两端, 也就是网的大小随 N 而不同。式(2-11)所表示的是一个中排有 14 条边的网, 其中一个起算点在中排一 endpoint 靠内二条边处, 网的大小和这一起算点的位置始终不变, 而另一起算点则随 N 的增长, 沿中排点向另一端移动。为了便于两式的比较, 设 $N = 10$, 则:

$$\text{由式(2-9)得: } \quad \frac{1}{P_M} = 0.78, \quad P_M = 1.29$$

$$\text{由式(2-11)得: } \quad \frac{1}{P_{M'}} = 0.49, \quad P_{M'} = 2.04$$

以上两式表明, 由双锁变为四排锁构成的网, 并把两端点各向内部移两条边, 使网的中部点的权增大约 60%。进行此项计算时(利用电子计算机), 未估算网的边缘部分点的权, 因此对于外侧最弱点的权无法比较。但从前面对于四排锁与双锁外侧点权的比较来看, 在边缘部分各点权的增长肯定远比以上数值为

小。

除此以外,当起算点靠近内部时,在起算点外侧边缘点的权一定急剧变小。为了证明此点,对一条中排 $N=6$ 的双锁进行了计算,其结果如图 2-6。

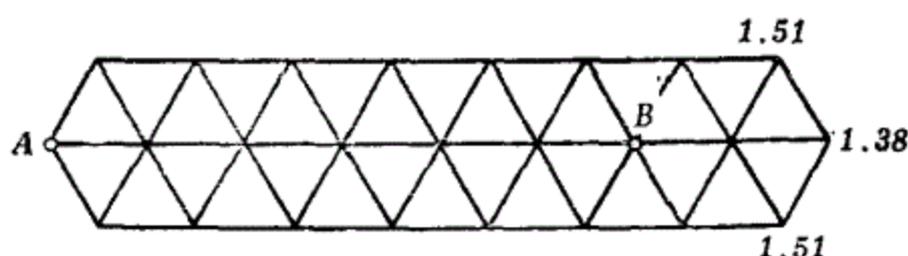


图 2-6

图中起算点 A 位于双锁中排点的一端,而另一起算点 B 位于双锁中排点靠内部两条边处。由此计算得出起算点以外几个边缘点的权如图上所注。

由图 2-3 中可以看出,当起算点 A 、 B 在双锁的两端点时,距最近起算点 3 条边的侧边最弱点的权为 1.63,而在图 2-6 中,由起算点 B 向外推算两条边,高程的权已急剧降至 1.38。这就明显可以看出,起算点放在稍靠网的内部,对于网中间部分各点的权虽有较大增长,但在起算点外部的网的边缘部分,高程的权却急剧下降。

由此可以得出结论,二、三、四等三角高程网中,高程起算点的位置必须设在网的边缘部分。

(d) 在三角网的四角布设高程起算点的情况。图 2-7 是一个相应于六排三角锁的三角网,在其四角布设高程起算点 A 、 B 、 C 、 D 。 M_1 、 M_2 为在网的中部距起算点最远的两对点, Q_1 、 Q_2 在网的边缘最弱点。由计算求得这些点平差后的权如下:

$$P_{M_1} = 2.596 \quad \text{相当于 } N = 8$$

$$P_{M_2} = 2.555 \quad \text{相当于 } N = 8$$

$$P_{Q_1} = 1.613 \quad \text{相当于 } N = 6$$

$$P_{Q_2} = 1.870 \quad \text{相当于 } N = 6$$

由以上数据可以看出一个较大的三角高程网平差后各点高程的权的分布的一些特点:

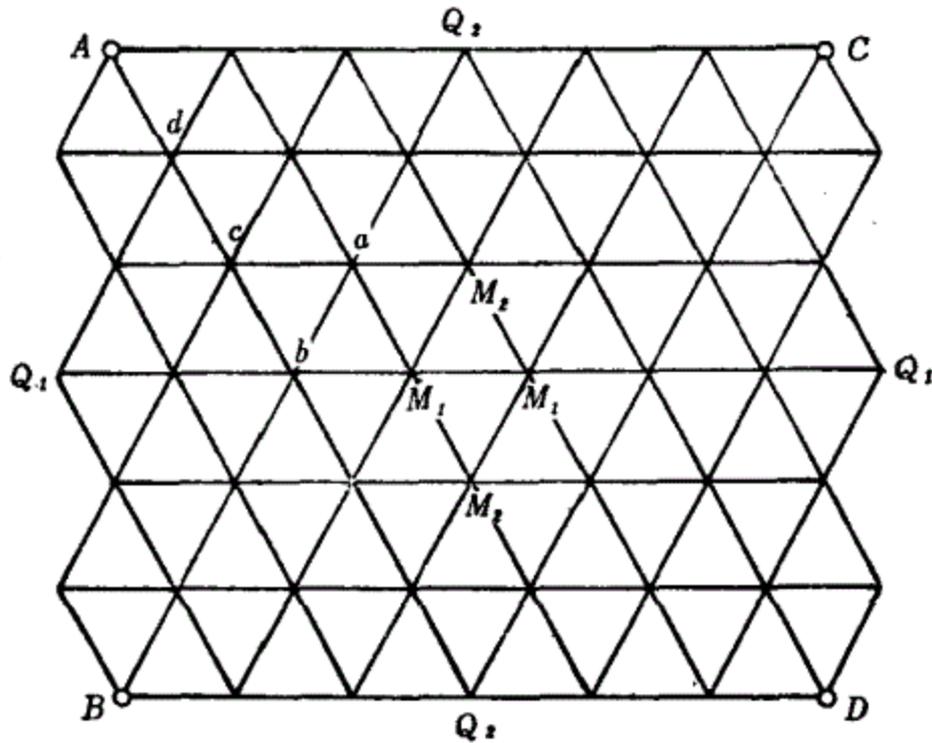


图 2-7

首先,网中部各点的权是比较大的,越靠近边缘,其权逐渐下降。如 M_1 位于网的最中部,其权为 2.596,而 M_2 位于网的中部稍靠边缘处,其权即降为 2.555;而两点距最近起算点的边数均为 $\frac{N}{2} = 4$ 。由于我们没有计算图中 a, b, c, d 等各点的权(这些点距起算点更近些,但同时也更靠近边缘),还不能断定它们的权究竟比 M_1 的权是大些还是小些,也就是说,还不能肯定地说网的最中部的点的高程权为最大。但可以肯定地说,由于网中部结构最强,尽管距起算点最远,也不必担心这些点的高程精度

会降低。

其次,网的边缘最弱点的高程权的大小,与边缘部分网的结构情况有关。由图 2-7 可见, Q_1 仅与网中三点联系,其权(1.613)较小,而 Q_2 与网中四点联系,其权(1.870)即较大,而 Q_1 与 Q_2 距最近起算点均为三条边(即 $N=6$)。从整个三角高程网来说,平差后 Q_1 点高程的权是最小的,也就是全网的最弱点。所以一般来说,最弱点位于网的边缘,距起算点最远,而又是结构最弱的地方。

将 Q_1 的权与表 2-1 三角形双锁 $N=6$ 时,中排边和外侧边最弱点 M 和 Q 的权相比,可见 Q_1 的权比相应 M 的权小 15%,而且比双锁外侧边 Q 的权还小。

考虑到二、三、四等三角高程网的情况与图 2-7 所示网形最为接近,在设计时须照顾到最不利的情况,即外侧边最弱点的权,可以双锁一般公式(2-9)为基础,按 $P_Q=(1-0.15)P_M=0.85P_M$ 估算,得出近似公式

$$\frac{1}{P_Q} = \frac{1}{13.5}(N+2.5) \quad (2-12)$$

按照这个公式,并顾及一边三角高程高差中误差公式(2-6),于是三角高程网最弱点 Q 的中误差为

$$m_Q = m \sqrt{\frac{1}{P_Q}} = 0.025 s_{\text{公里}} \sqrt{\frac{N+2.5}{13.5}}$$

如仍命 $m_Q \leq 0.1d$,

d 为测图等高距,以米为单位,则可写出

$$N \leq 216 \left(\frac{d}{s_{\text{公里}}} \right)^2 - 2.5 \quad (2-13)$$

由式(2-13)可见, N 的数值与边长 s 有很大关系。在设计时,我们用较长的边长估算,这样就可以更留有余地。现将各等

级三角网,按式(2-13)计算的结果列于表 2-2。

高程起算点间隔边 N 值的估算

表 2-2

三角网等级	边长(公里)	最大允许 N 值			
		$d=5$ 米	$d=2.5$ 米	$d=2$ 米	$d=1$ 米
二	15	21			
三	10		11	6	
四	6			21	
	5				6

注:表中 d 为测图等高距。

本规范中第 20 条关于高程起算点密度的规定,就是按表 2-2 所算结果列出的。由以上各项说明可以看出,虽然规定的高程起算点密度较原《细则》要求稀疏得多,但已考虑到各种最不利的情况。按照本条规定执行,足可保证各等级三角点的高程能够作为相应等高距测图的高程起算点。

如果再注意到,第 20 条的规定不论在网的边缘部分还是中间部分都要满足,而当网中间部分点距起算点的边数满足表 2-2 的要求时,其边缘部分最弱点距起算点的边数必然会较少,其权数也必然要提高,因此按本条规定执行,其权数是有较大余地的。

第三章 造标和埋石

本章分为造标、埋石两节。在造标方面,从节约木材和减少造标工作量出发,本章规定今后以建造钢标和钢寻常标为主,并

取消了原《细则》复合标和 4 米以上双锥标的附录，同时增加了混凝土寻常标。在埋石方面，同原《细则》比较变动不大，仍然埋设地下标石。关于各条具体改动情况及应注意事项，现分别说明如下：

第 38 条，木质觐标较为稳固，特别是较高的觐标，扭转较钢标为小，适于高精度水平角观测，是其优点。但建造木质觐标，耗费木材较多，造标工作量也大，木质寻常标也较易损坏，因此在本条中提出，除非就地取材十分方便，一般以采用钢标和钢寻常标为主。

第 39 条，国家等级的三角点，以往均未造过串形标，所以取消了原《细则》中串形标这一类型。此外，在特别峻峭的山顶上，当建造墩标亦感到困难时，可建造马架觐标，并用混凝土固定其基脚，以使其稳固。

第 40 条，本条规定了各等级大地点在不同条件下所应建造的觐标类型，基本精神仍然是尽可能以钢标代替木标。

过去建造钢标时，只在一等三角点上才建造六角钢标，其它等级三角点上用三角钢标。由于三角钢标稳固性较差，近年设计的钢标都采用六角型，因此现在规定各等级均采用六角钢标。

建造木标时，特别是在南方，还应采取防止白蚁蛀蚀的措施，以延长使用年限。

第 43 条，造标质量对观测精度的影响很大。如觐标不够牢固，内架或基板不稳，甚至觐标倾斜，往往导致观测不出合格成果。因此造标时必须充分注意对质量的严格要求。

第 46 条，中心标石埋设规格，按地区和等级不同，而分为六种类型。现将有关问题说明如下：

1. 冻土地区分为季节冻土地区和永久冻结地区。在季节冻土地区，标石基座底部应在最深冻土线之下 40 厘米左右，即

在不冻土层内，以免受冻胀力的影响而产生位移。在永久冻结地区，则应埋在最深融化线以下 40 厘米左右，使之在永久冻结层内，也可不受冻胀力的影响。

关于最大冻土深度和最大融化深度，须根据实地调查资料确定。但要注意，调查的最大冻土或融化深度，通常是在平地上测定的。而土的冻胀力与水文地质条件，特别是地下水位，有密切的关系。三角点一般设在山头上或高地上，地下水位较低。如果地下水位深度大于最大冻土或融化深度加上土层的毛细上升高度，即使最深冻土线以上的土层已处于零下的温度，由于土内水分很少，冻胀力很小，不至于使标石产生位移。

此外，标石受冻胀力的作用，主要是上升，水平位移影响很小。因此，三、四等三角点埋石一般可不考虑冻土问题，而埋设普通标石。

2. 沙漠地区应区分固定沙丘与流沙丘。固定沙丘上生有红柳，对沙土起固定作用，一般处于沙土与盐碱地交界处。流沙丘为流沙所组成，受风力作用，变迁较快，故又称为活动沙丘。

沙漠地区埋石以采用钢管标石为宜。固定沙丘埋石时，钢管下端应灌制混凝土基脚。流沙丘应采用螺旋钢管，钢管周围须用红柳加设防护圈，以尽量防止点上流沙移动。

3. 特别困难地区是指青藏高原，或其它海拔超过 4000 米以上的高山地区。

第 51 条，三角点上建造寻常标时，天文墩应建在标石之上，天文墩中心应与三角点标石中心在同一铅垂线上。天文观测时，可临时拆除觇标，观测后再修复。这样可以避免天文观测归心元素的测定和归心改正的计算。尤其方位角观测成果不必加归心改正，可避免归心元素测定误差的影响，最为有利。

第 55 条，为保证各层标石中心严格在同一垂线上，埋石时

须用不小于一公斤重的大垂球,并在无风情况下,对准各层标石中心,如有1~2级风,应采取挡风措施。风力大于3级时,不宜用垂球对中心。

当用特制的光学对点器对准中心时,使用前应经过仔细的检查校正。

第四章 测角仪器的检验

原《细则》测角仪器都是以国外生产的仪器如TT2"/6", T₃, T₂等作为典型仪器,规定其检验方法。近年来,在毛主席无产阶级革命路线的指引下,国产的经纬仪统一系列已经基本建立,能够满足我国大地测量工作的需要。因此本《规范》中都按国产经纬仪统一系列规定检验项目(第四章)和测角方法(第五章)。暂时仍使用国外仪器的单位可参照其规格性能,采用与本《规范》国产仪器相适应的规定。此外,对原《细则》测角仪器检验的项目、时间和方法,稍有修改。主要目的是减少不必要的检验项目,改进检验方法。经过检验,既要确保仪器的性能可以满足精密测角的要求,又要避免对作业并不必要的或重复的检验工作。现对修改内容说明如下。

一、国产大地经纬仪简介

国产大地经纬仪J07、J1、J2型与国外TT2"/6"、T₃、T₂相当。下面仅就J07型仪器加以介绍:

北光J07型高精度的光学经纬仪与精度大体相同的仪器比较,体积小、重量轻,通过野外实测,无论从精度、还是稳定性上

都是比较好的，完全可以满足一等三角测量的各项要求。特别是该仪器设置有望远镜目镜测微器和偏扭观察镜，从而提高了观测照准的精度；同时，还设有目标定向和照明亮度变化装置，既能提高观测速度又有利于精确读数。所以，本《规范》规定该仪器正式投入一、二等三角测量观测作业。淘汰了极为笨重而使用又不方便的显微测微器经纬仪 TT2"/6"。此外，对于其它测角仪器也按国家规定的统一系列进行了修订，并依此而制定了检验项目、方法及要求。

北光 J07 型光学经纬仪的主要技术参数：

- | | |
|---|-------------|
| 1. 主望远镜 | 2. 偏扭观察镜 |
| 放大倍数： 56 \times 、45 \times 、30 \times | 30 \times |
| 物镜有效孔径： 65mm | 35mm |
| 焦 距： 429.6mm | 429.6mm |
| 视场角： 45' | 45' |
| 最短距离： 3.5m | |
| 3. 目镜测微器测微鼓周值： 1" | |
| 4. 水准器 | |
| 水平度盘水准器： 4"/2mm | |
| 垂直度盘水准器： 15"/2mm | |
| 圆水准器： 8'/2mm | |
| 5. 度盘和测微器 | |
| 水平度盘直径： 158mm | |
| 垂直度盘直径： 88mm | |
| 水平度盘最小格值： 4' | |
| 垂直度盘最小格值： 8' (每 2° 作 1° 注记) | |
| 测微器最小格值： 0.2" | |

北光 J07 型光学经纬仪野外施测精度：

野外实测是选择在包括 19 个三角点的一排双锁上进行的，共构成 22 个三角形。测区的地形、地貌、气候条件具有一定的典型性，施测时尽量包括各种高度的钢标，现将两台仪器观测的精

度统计结果列出如下:

测角中误差:按非列罗公式,用22个三角形闭合差计算的测角中误差 $m = \pm 0''.46$ 。

点上观测精度:按全组合测角法,以 $p=42(40)$ 计,19个三角点的测站平差后的角度中误差的平均值 $M_{\mp} = \pm 0''.22$ 。

二、关于检验项目的修改

1. 经纬仪三轴关系的调整,不列在仪器检验项目内。这是因为调整好三轴关系,属于仪器操作时的一项基本要求。不论进行水平角和垂直角观测,或进行仪器检验,都必须首先调整好三轴关系。对于测量人员来说,这是不言而喻的。

2. 原《细则》中 § 106 第(11)项,关于目镜测微器分划误差和螺旋旋距误差的测定,在本规范中都取消了。理由是:使用目镜测微器读数时,规定必须在零点附近,最大不得超过 ± 10 个分划,因此读数基本上不受上两项误差的影响,所以没有必要进行检验。而且外业队一般缺少检验时所需用的照准器设备,多年来并未进行过这两项检验,所以决定取消。

3. 水平度盘对径分划全误差和短周期误差的大小,是衡量水平度盘分划质量的主要指标。对新出厂的精密测角仪器的水平度盘,必须进行这两项误差的测定。特别是水平度盘对径分划全误差的测定,须由专门检验机构在有恒温设备的专设的仪器检验室内进行。本规范是为外业作业制定的,故不列入这两项检验。关于对径分划全误差的检验方法,原《细则》规定的方法过于繁琐,中国科学院计量科学研究所现正研究试验用电磁波测定的新方法。

水平角度盘的分划误差是在制造时刻划过程中产生的,在使用过程中一般不会发生变化。因此,只要仪器出厂后经过检

定,已有水平度盘分划误差的测定资料,证明其可以用于精密水平角观测,此后除非在使用过程中水平度盘受到损伤变形,一般不必重复检定。

水平度盘分划系统误差,包括长周期和短周期误差,通过观测时各测回间系统地变换度盘和测微器的位置,在最后成果中是可以基本消除的。但只有度盘分划误差在一定限度以内时,用这种方法才可以得到较好的消除。

用于一、二等观测的现代测角仪器的水平度盘分划误差,其系统中误差(周期性误差)和偶然中误差均各应不大于 $\pm 0''.5$ 。按此要求,任一分划线的全误差(分划线改正数),即系统中误差和偶然中误差的综合影响,应不大于 $2\sqrt{2} \times 0''.5 \approx 1''.4$ 。不合于上述要求的仪器不应投入一、二等作业。

4. 取消了垂直度盘游标精度的测定。由于 TT5''/10'' 显微测微器经纬仪的垂直度盘是用游标读数,精度不高,现已规定不得使用这种仪器观测垂直角,因此也就没有必要进行这项测定。

5. 光学经纬仪的照准部水准器格值,原《细则》规定每年均须测定。考虑到水准器格值一般变化不大,而且在三角测量和精密导线测量中,只有改正垂直轴倾斜对水平方向值的影响时,才用到水准器格值,对格值的精度要求不高,所以取消了每年必须测定的规定。

6. 关于主望远镜和偏扭观察镜目镜测微器周值的测定,原《细则》规定每期作业前后均须测定。从目镜测微器的结构来看,周值主要决定于测微螺旋的旋距,一般不会有多大变化。因此本规范规定每 2—3 年测定一次,而不必每期作业前后均测定。

须提出注意的是在测定目镜测微器周值时,必须真正把望远镜调焦到无穷远,否则测定结果将不准确。由理论可以证明,

调焦误差对测定结果的影响是相当大的，特别是采用照准器法测定偏扭观察镜周值时。

设 f_1 和 f_2 分别为受检查的望远镜 I 和作为照准器使用的望远镜 II 的焦距， b_1 、 a_1 和 a_2 、 b_2 分别为检验时望远镜 I 和 II 的物距和像距，即 a_1 和 a_2 分别为望远镜 I 和 II 的十字丝平面 F_1 和 F_2 与物镜中心的距离(参阅图4-1)。

根据光学构像条件，有

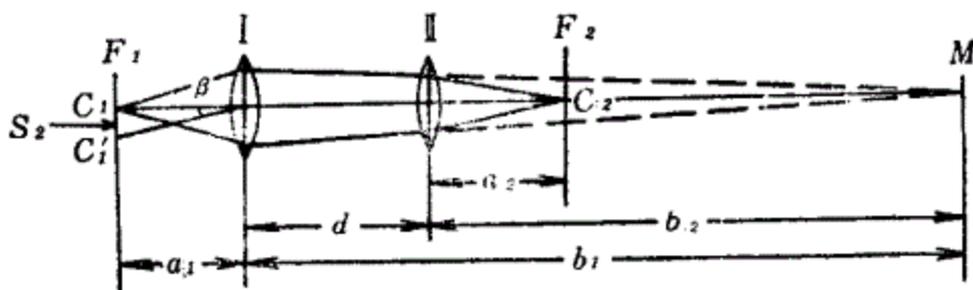


图 4-1

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \quad (4-1)$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2} \quad (4-2)$$

由于 M 为虚像，即影像 M 和目标 C 在透镜 II 的同一侧，故式(4-2)中 $\frac{1}{b_2}$ 前为负号。由图 4-1 可见

$$b_2 = b_1 - d \quad (4-3)$$

d 为两望远镜透镜中心之间的距离。

当受检验的望远镜 I 为偏扭观察镜，在测定其目镜测微器周值时，须移动作为照准器使用的望远镜 II 的十字丝 C_2 。照准器十字丝 C_2 在 F_2 平面内的移动量 s_1 与由其引起的构像 C_1 在 F_1 平面内移动量 s_2 的关系，可按透镜构像放大率计算。由公式(4-1)和(4-2)，并顾及式(4-3)的关系可得

$$v_1 = \frac{a_1}{b_1} = \frac{f_1}{b_1 - f_1}$$

$$v_2 = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_1 - d + f_2}{f_2}$$

故总放大率为

$$V = v_1 \times v_2 = \frac{s_2}{s_1} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{b_1 - d + f_2}{b_1 - f_1}$$

$$= \frac{f_1 \left(1 - \frac{d}{b_1} + \frac{f_2}{b_1}\right)}{f_2 \left(1 - \frac{f_1}{b_1}\right)} \quad (4-4)$$

由式(4-4)可见, 当 C_2 在 F_2 平面内的移动量 s_1 为一定量时, V 愈大则 F_1 平面内构像 C_1 的移动量 s_2 也愈大, 因而测定的目镜测微器周值将愈小。所以周值 R 与 V 成反比。设望远镜 I 调焦至 ∞ 时所测得的周值为 R_∞ (即正确周值), 而当 I 调焦至 b_1 时所测得的周值为 R , 显然

$$R = R_\infty \frac{V_\infty}{V}$$

由式(4-4)可见, 当 $b_1 = \infty$ 时, $V_\infty = \frac{f_1}{f_2}$, 故上式可写为

$$R = R_\infty \frac{1}{V} \cdot \frac{f_1}{f_2} = R_\infty \frac{b_1 - f_1}{b_1 - d + f_2}$$

或
$$R = R_\infty \left(1 + \frac{d - f_1 - f_2}{b_1 - d + f_2}\right) \quad (4-5)$$

为了验证调焦不正确对测得周值 R 的影响, 由有关作业单位进行了专门的试验, 由于北光厂 J07 型测角仪器是内调焦,

不便直接量取望远镜筒的移动量, 但为说明问题, 仍用 $TT2''/6''$ 仪器实验的结果。在测定一台 $TT2''/6''$ 仪器的偏扭观察镜目镜测微器周值时, 用另一台 $TT2''/6''$ 的主望远镜作为照准器。仪器墩与照准器墩的距离为 11 米, 即物镜 I 和 II 的距离约为 $d \cong 10.5$ 米。对不同调焦距离 b_1 , 概略地量取了两个望远镜筒的移动量, 即 $\Delta a_1 = a_1 - f_1$, $\Delta a_2 = a_2 - f_2$, 然后测定了目镜测微器的周值 R , 结果列于表 4-1 的相应栏内。

根据式(4-1)和(4-2), 可以从理论上求出

$$\begin{aligned} \Delta a_1 &= a_1 - f_1 = \frac{f_1^2}{b_1 - f_1} \\ \Delta a_2 &= a_2 - f_2 = -\frac{f_2^2}{b_1 - d + f_2} \end{aligned} \quad (4-6)$$

所以, 当我们已知两望远镜的焦距 f_1 和 f_2 以及望远镜 I 的调焦距离 b_1 和两望远镜透镜中心之间的距离 d 时, 即可根据式(4-5)和(4-6)计算出理论上应有的 Δa_1 、 Δa_2 和 R 值。

对于上述试验所用的 $TT2''/6''$ 仪器的偏扭观察镜和主望远镜, 我们知道

$$\begin{aligned} f_1 &= 360 \text{ 毫米,} \\ f_2 &= 520 \text{ 毫米,} \\ \delta &= 0.25 \text{ 毫米。} \end{aligned}$$

δ 为目镜测微鼓旋转一周时螺旋推进量的设计值。根据以上数值, 首先求出

$$R_\infty = \frac{\delta}{f_1} \rho'' = 143'' 24,$$

然后按式(4-5)、(4-6)对不同 b_1 值计算 Δa_1 、 Δa_2 和 R 值, 结果也列于表 4-1 的相应栏内。

表 4-1

调焦距离 b_1 (米)	试 验 数 据			理 论 数 据		
	Δa_1 (毫米)	Δa_2 (毫米)	R	Δa_1 (毫米)	Δa_2 (毫米)	R
∞			143''.73			143.24
2500	0.0	0.0	142.71	+0.05	-0.11	143.8
300	+0.3	-0.5	146.78	+0.43	-0.93	148.0
80	+1.5	-3.0	162.94	+1.63	-3.86	162.9
65	+1.9	-4.2	168.17	+2.00	-4.92	168.3

由表 4-1 试验数据与理论数据的对比, 可以看出所有数值基本上都符合在测定误差范围之内。 Δa_1 和 Δa_2 没有准确标记作为量测的依据, 只能量取概值, 但符合很好。至于 R 值, 由于调焦距离不十分准确, 也可能产生 1'' 左右的误差。例如另一台仪器, 对 b_1 为 2500 米、300 米、80 米的试验结果, R 值分别为 143''.00、148''.81、163''.06。

此外, 还用一台 T_3 仪器作为照准器进行了试验, R 值的变化更大些, 对 b_1 为 2500 米、300 米和 80 米, 分别得出 145''.01、150''.63、168''.77 的结果。这是由于 T_3 的望远镜焦距 f_2 与 $TT'2''/6''$ 不同, 而且是内调焦系统。

根据以上理论和试验数据的说明, 可以证明: 过去测定偏扭观察镜目镜测微器周值有时变化较大, 是由于测前未很好调焦的原故。今后在测定时, 必须严格注意先将望远镜调焦至无穷远。这对国产 J07 型测角仪器也完全是适用的。

以上所述是用照准器测定偏扭观察镜目镜测微器周值的情况。如果是用照准器测定主望远镜的目镜测微器周值, 则如图 4-1 所示, 是用目镜测微器移动十字丝 C_1 至 C'_1 , 移动量为 s_2 ,

同时用水平度盘量取相应的 β 角,以秒为单位。周值为

$$R = \frac{s_2}{a_1} \beta$$

当望远镜调焦正确时, $a_1 = f_1$, 此时得出正确周值

$$R_\infty = \frac{s_2}{f_1} \beta$$

比较以上两式可见,

$$R = R_\infty \frac{f_1}{a_1}$$

利用式(4-1), 又可将上式改化为

$$R = R_\infty \left(1 - \frac{f_1}{b_1} \right) \quad (4-7)$$

不难看出,用野外法测定目镜测微器周值时,如果野外观测目标距望远镜物镜中心为 b_1 , 则式(4-7)也可适用。

比较式(4-7)和式(4-5), 由于 d 总是比 f_1 大许多倍, 因此按式(4-7)由于调焦不准对测定周值所产生的误差, 远比按式(4-5)的为小。例如, 对 $TT2''/6''$ 仪器而言, $f \approx 0.5$ 米, 如果调焦距离 $b_1 \approx 500$ 米, 而不是 ∞ , 则按式(4-7)对 R 值的影响仅为 $1/1000$ 左右, 而按式(4-5)对 R 值的影响(当 $d = 10.5$ 米时)可达 $1/50$ 左右。这就是用照准器测定偏扭观察镜周值时, 由于调焦不够精确, 往往发现测定周值的变化较大, 而在测定主望远镜目镜测微器周值时变化并不显著的原因。所以用照准器测定偏扭观察镜周值时, 尤其要注意把望远镜精确调焦至无穷远。

另外, 由式(4-7)还可看出, 在测定主望远镜周值时(或用野外法时), 如果调焦不到 ∞ , 测定的周值将偏小, 而不像式(4-5)那样, 使测定的周值偏大。

此外, 由于作业时规定只许使用目镜测微器零点(10周)附近 ± 10 分划以内的部分读数, 所以测定目镜测微器周值时, 以

在零点附近两周范围内进行为宜。这样，在测定时不仅弹簧力作用均匀，而且可以避免旋距误差的影响。

7. 关于照准部和水平度盘偏心差的检验，有人认为不必每期作业都进行检验。其理由是照准部偏心差对水平角的影响，可以在相对 180° 的分划线读数的中数中得到消除；而照准部旋转是否正确，可以通过旋转照准部读定水准器的方法检验。

的确，如果仅为了测定偏心差的大小，对实际作业是意义不大的。然而，照准部偏心差的检验，是通过测微器读数差的变化来检查垂直轴与轴套之间由于长期使用而产生的磨损和变形。这是用读定水准器的方法检查照准部旋转是否正确所不能精确判定的。当出现较大差值时，也就是照准部旋转不正确，必将导致垂直轴的倾斜，这对观测结果的误差影响将是难以消除的。为了检查出照准部旋转不正确的最不利情况，又须借助测定水平度盘偏心差来实现。所以，用于一、二等观测的仪器，为保证测角精度，对两种偏心差的检验还是必要的。

从目前的精密光学经纬仪轴系结构来看，因为都采用密封的园柱形轴系，且照准部旋转是由精密的滚珠导转和承重，这样其偏心差变化不会太大。因此，本《规范》规定对两种偏心差的检验只要二至三年测定一次，不必每期作业开始前都要测定。但对照准部旋转的正确性，须要每期作业开始前借助水准器气泡进行检验一次。

上述的检验仍按三往三返进行，这是因为只要有轴系间隙存在，轴对之间就可能产生滑油积聚的现象，由物理知识得知，轴对之间的转动速度为积聚滑油转动速度的两倍。所以，当照准部旋转两周，积聚滑油才能运转一周（即所谓两周期变化）。因此，只有进行三往三返的检定，才能便于判定照准部旋转是否正确。

三、关于检验方法的修改

1. 光学测微器隙动差的测定。原《细则》规定在 24 个度盘位置上，每一位置由一次旋进减一次旋出读数之差求定测微器隙动差。考虑到测定测微器的隙动差与度盘位置关系很小，测定的精度主要决定于旋进与旋出读数之差的个数。为了减少变换度盘位置的工作量，增加测定的次数，现改为在 12 个位置上，每一位置测定旋进与旋出读数之差三次。这样增加测定次数，可使测定中误差略为减小。

2. 光学测微器行差的测定。原《细则》规定的 T_3 仪器度盘整置位置，在“分”数上不完全均匀对称，不利于完全消除度盘分划的短周期误差。且出现不为最小分划 $i = 4'$ 倍数的整置位置，在进行 a 、 b 、 c 读数时均可发生两种不同情况。例如，规定 a 为： A 及 $(A + 180^\circ)$ 两分划线重合时的读数。如 A 不为 $4'$ 的倍数，而为 $\frac{4'}{2} = 2'$ 的倍数，则根本不能照规定执行，只有使 $(A - \frac{i}{2})$ 与 $(A + 180^\circ + \frac{i}{2})$ 分划线重合，或使 $(A + \frac{i}{2})$ 与 $(A + 180^\circ - \frac{i}{2})$ 分划线重合。 b 、 c 读数也同样。这样既与规定不符，也容易造成混乱。所以本规范中对 J1 型仪器测定时的度盘位置作了修改。

3. 水平轴不垂直于垂直轴之差的测定。原“细则”规定用平高点法，现改为高低点法，可以提高测定的精度。但当测定场地难以选择时，仍可用平高点法。

根据视轴差 c 和水平轴差 i 对盘左和盘右水平角读数的影响，可以写出：

$$\text{平点:} \quad (L - R)_{\text{平}} = 2c$$

$$\text{高点:} \quad (L - R)_{\text{高}} = 2c \sec \alpha + 2i \operatorname{tg} \alpha$$

低点: $(L-R)_{\text{低}} = 2c \sec \alpha - 2i \operatorname{tg} \alpha$

因此, 按平高点法计算时:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{1}{2} \{ (L-R)_{\text{高}} - (L-R)_{\text{平}} \sec \alpha \} \operatorname{ctg} \alpha \\ c &= \frac{1}{2} (L-R)_{\text{平}} \end{aligned} \right\} \quad (4-8)$$

按高低点法计算时:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{1}{4} \{ (L-R)_{\text{高}} - (L-R)_{\text{低}} \} \operatorname{ctg} \alpha \\ c &= \frac{1}{4} \{ (L-R)_{\text{高}} + (L-R)_{\text{低}} \} \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

设 $(L-R)$ 的中误差为 μ , 根据式(4-8)按平高点法测定时, 中误差为

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \frac{\mu}{2} \operatorname{ctg} \alpha \sqrt{2 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \mu \operatorname{ctg} \alpha \\ m_c &= \frac{1}{2} \mu \end{aligned} \right\} \quad (4-10)$$

根据式(4-9), 按高低点法测定时, 中误差为

$$\left. \begin{aligned} m_i &= \frac{\sqrt{2}}{4} \mu \operatorname{ctg} \alpha \\ m_c &= \frac{\sqrt{2}}{4} \mu \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

比较式(4-10)和式(4-11), 可见测定 i 和 c 的中误差, 都是高低点法的较小。

4. 照准部旋转时仪器底座位移而产生的系统误差的检验。原《细则》中规定的方法是测定照准部连续顺转(或逆转)十周的系统差, 然后除以 10, 求出一周的系统差。实际上照准部旋转时, 第一周底座位移的系统差最大, 以后会逐渐减小。而且实际

作业时,每半个测回观测前,也只是旋转照准部一周,再照准第一个方向,方向观测时,半个测回照准部也仅旋转一周。

为使检验结果与外业操作程序相适应,在本规范中规定的检验方法是:先顺(逆)转照准部一周,然后开始照准目标、读数,再同方向旋转一周,又照准目标、读数,求定底座位移的系统差。顺逆转各测定 10 次,以提高测定系统差的精度。

第五章 水平角观测

水平角观测是三角测量和精密导线测量的主要环节。为了保证水平角观测成果能满足《大地测量法式》所要求的精度,同时又要使观测工作尽量经济合理,在制订本规范时,根据二十余年观测工作所积累的经验,参考作业人员所提出的合理化意见,对观测程序和限差等,作了一些修改。现按条文顺序分别说明如下。

第 75 条,关于观测时间的选择。水平角观测的精度,除受照准、读数和仪器操作等偶然误差影响外,还受一系列系统误差的影响。由仪器性能所产生的系统性误差,如水平度盘分划误差、测微器误差等,以及观测过程中仪器基座受觇标或脚架扭转的系统误差影响,虽然通过观测程序的安排,使之在最后成果中尽量得到消除,但仍会有残余的系统误差存在。另外,最主要的一项系统误差是来自各观测方向所受大气折光的水平分量,即通称的旁折光或水平折光的影响。旁折光对水平方向观测的系统性影响是最不易完满消除的,所以在各等级三角测量的水平角观测成果中,总是或多或少存在着系统性误差。这种系统性

误差的影响，在三角形闭合差中才能表现出来。这就是由三角形闭合差所求得的测角中误差远比测站平差所求得的为大的主要原因。

由此可见，为了保证水平角的观测精度，在观测结果中尽量消除旁折光的影响，乃是极为重要的一项要求。

光线通过大气所以产生折光，是由于光线所经大气的密度变化而引起的。近地面大气的密度主要决定于大气的温度。所以，只要大气中存在着温度梯度，就存在着折光，而折光方向总是与温度梯度的方向一致，折光角的大小也与温度梯度的大小成比例。远离地面的大气温度梯度总是垂直方向，所以折光也是垂直的。近地面的大气温度梯度，则随地形和植被的不同，随周日时间的不同，而有显著的变化，其方向常偏离垂直方向，并随时间而变化，其结果是不仅产生垂直折光，也产生水平折光，即旁折光。因此，为了消除旁折光的影响，水平角必须在一周日中的不同时间段内观测。一等三角形边长较长，受旁折光影响较大，必须特别注意同一角各测回分配在不同时间段内观测。二等三角观测也要适当注意。三、四等三角边长较短，观测精度要求也较低，除应选择通视良好、成像清晰的时间观测外，对时间段不作限制。

根据过去大量观测的经验，在地形和植被变化不大的地区，特别是在视线远离地面和地物的山区和丘陵地区观测，各时间段的观测结果一般相差不大，所以对日、夜测的比例不作严格限制。但在地形和植被较为复杂的地区，由于地面、水面和植被的日间吸热和夜间散热的情况有很大不同，温度梯度的方向在不同时间段内遂有较大的差异，因此旁折光的影响最为显著。日间吸热和夜间散热，使温度梯度差不多向相反方向变化。当视线靠近山坡时，也是如此。所以在这种情况下作一等三角和导线

的水平角观测时，只有使日、夜测的比例接近相等，才有可能部分地消除旁折光影响。当然，即使如此，也不能指望在最后成果中完全消除旁折光的影响。但经验证明，遵守日夜测的比例规定，可使旁折光的影响大为减少，这是观测员必须注意的。

在本《规范》试行中，曾指定有关单位对旁折光影响又作了专门的实验。该单位于一九七三年在某区选择具有一定代表性的试验场地，并由四个三角点构成大地四边形。其中一条边离测站点 0.8 公里，距视线 1.5 米的山坡东侧通过，具有明显旁折光的影响；还有一条边南面为大海湾，北面为陆地，但因视线较高，旁折光影响不明显；其余各边均属一般情况。

实验结果进一步证实了上述对旁折光影响的分析。即无明显旁折光影响的测站，各时间段观测成果比较一致，在上面所述具有明显旁折光影响的测站，白天观测成果偏小，夜间观测成果偏大，最大互差达 $2' 46''$ 。具体分析旁折光影响在白天上午约为 $-1'' 1$ ；在夜间（上半夜）约为 $+1'' 0$ ，即白天与夜间旁折光影响可以认为大小相等，符号相反，但下午观测成果受旁折光影响不显著，这是因为影响折光的山坡为南北走向，在下午时山东坡已成背阳地方，温度基本趋于一致，温度梯度不明显。由此可见，在实际外业观测中，决定日夜测比例必须从实际出发，因地制宜，合理安排日夜测比例，这对减弱旁折光影响是完全必要的。

第 76 条，关于观测程序有以下几点修改：

1. 在上、下半测回之间不变换度盘位置。本来在上、下半测回之间变换度盘位置，是想减少水平度盘分划的短周期误差影响。但由于在度盘位置变换表中，已考虑到这项误差影响，不仅度数作均匀变换，分数也作均匀的变换。所以，在上、下半测回之间再变换度盘位置，在操作上增加观测时间，而在消除短周期误差影响方面，意义已经不大，所以取消了这项规定。

2. 使用光学经纬仪(J1型)进行高精度测角时,原规定在照准目标后,重合读数两次,现改为照准两次分别各读数一次,即双照准法。这是为了减少照准误差的影响,提高观测精度。从观测资料的分析可以看出,光学经纬仪的读数精度高于显微测微器经纬仪,而其照准精度则较差。特别是显微测微器经纬仪的望远镜装有目镜测微器,每次都照准并读数三次,使照准精度提高。J1型仪器没有目镜测微器,但度盘读数简便迅速,观测者不必移动位置,所以重复照准读数,其简便程度与用目镜测微器照准读数没有多大区别。在一、二等水平角观测中采用双照准法可以提高精度,是非常有利的。

3. 用J07型经纬仪进行角观测时,在半测回的操作程序上,规定照准第一个目标时,在概略照准目标后,先读度盘读数,再用望远镜目镜测微器精确照准读数,而在照准第二目标时,则先用目镜测微器照准读数,再读水平度盘。这样就缩短了两个目标精确照准读数之间的时间间隔,从而也就减少了觇标扭转对半测回测角结果的影响。

第78条和第82条第5款中,对仪器整置和垂直轴倾斜改正的规定,作了一些修改。

经纬仪垂直轴倾斜误差的影响,在上、下半测回的中数中不能得到消除,因此就一测回而言,这项误差影响是系统的。所以原“细则”中规定,当照准点的垂直角一等超过 $\pm 1^\circ$,二等超过 $\pm 2^\circ$ 时,应读定水准器,在观测的方向值中加入垂直轴倾斜改正。但观测时读记水准气泡位置是比较麻烦的,不仅增加观测和计算的工作量,而且使测回时间延长,对减少觇标或仪器脚架扭转的影响也是不利的。

但垂直轴倾斜的误差影响又是不可忽略的,它对于观测方向值的影响为

$$\Delta\delta = i \operatorname{tg} \alpha = \delta \sin(M-L) \operatorname{tg} \alpha$$

式中： δ 为垂直轴偏离铅垂线的倾角， M 为视轴相应于垂直轴偏倾方向时的度盘读数， L 为观测方向的度盘读数， α 为观测方向的垂直角， $i = \delta \sin(M-L)$ 是在照准这个方向时仪器水平轴的倾角。当 $M-L$ 为 90° 或 270° 时， i 角最大，等于 δ ，此时 $\Delta\delta$ 也达到最大值。

由上式可见，要减少垂直轴倾斜影响，一是要使 δ 尽量小，这样可以使一测回的结果受此影响较小。另外是各测回中设法使垂直轴倾角的方向不一致，从而使 $(M-L)$ 角在各测回中不一致，于是各测回的 $\Delta\delta$ 的大小和符号也不一致，当取测回中数时， $\Delta\delta$ 的影响便有可能消除一部分。

在第82条第5款中规定气泡位置偏离整置中心，对J07、J1型仪器不得超过2格(原规定2~3格)，J2型仪器不得超过1格(原规定1~1.5格)，就是为了使 δ 小些。又规定当测站上有些照准方向的垂直角超过 $\pm 1^\circ$ 时，在观测过程中要经常重新整置仪器，这样可使各测回的 δ 倾角的大小和方向不一致，使之带有一定的偶然性，从而在各测回中数中达到部分消除其影响的目的。

然而，尽管采取这些措施，无论垂直角大小如何，都不读水准器，都不进行垂直轴倾斜改正，还是不够的。虽然规定在观测过程中要经常重新整置仪器，使各测回的 $\Delta\delta$ 带有一定偶然性，但还不能使之达到完全的偶然性。所以对于垂直角较大的方向，还有必要进行垂直轴倾斜改正。

有关作业单位曾对某区一、二等三角观测成果中加入垂直轴倾斜改正的影响进行了统计，可以说明这个问题。这份资料共统计一等44个测站259个方向，其中有95个方向垂直角超过 2° ，进行了垂直轴倾斜改正；二等71个测站397个方向，其中有

128 个方向垂直角超过 2.5° ，进行了垂直轴倾斜改正。资料没有给出每个方向的垂直轴倾斜改正的数值，而给出加这项改正和不加这项改正对测站平差结果的影响，即两种测站平差结果都化为以第 1 方向为零时，给出其它方向值的差值，实际上也就是两种测站平差结果中(1.2)、(1.3)、(1.4)……等角的差值。

现将这项统计结果列表于下：

差 值	一 等		二 等	
	个 数	百 分 比	个 数	百 分 比
0."00~0."04	163	75.8%	245	75.1%
0."05~0."10	34	15.8%	53	16.3%
0."11~0."15	11	5.1%	14	4.3%
0."16~0."20	3	1.4%	8	2.5%
0."21~0."25	3	1.4%	4	1.2%
0."26 以上	1	0.5%	2	0.6%
总 数	215	100.0%	320	100.0%

这项统计只给出以 1 方向为首的各角的差值(没有注明正负号)，而没有其它方向之间各角的差值，对于统计来说，有些不够完善。但所统计的是测站上最后成果的差值，比较醒目。

这项统计结果说明两个问题：

第一、差值较小的占绝大多数，在 $0."05$ 以下的占 75% 左右，在 $0."11$ 以下的占 91.5% 左右。这说明，即使垂直角的绝对值在 2° 或 2.5° 以上，绝大多数角度受仪器垂直轴倾斜误差的影响总的来说是不大的。如果按原《细则》规定，一等垂直角超过 $\pm 1^\circ$ 就要作垂直轴倾斜改正，观测和计算工作量都要增加，而对成果质量的改善很有限。

第二、虽然绝大多数差值都很小，但还是存在着较大的差值。在 $0."11$ 以上的差值还占有 8.5% 左右。要注意到一、二等

测站平差后的角度中误差一般平均为 $\pm 0''.27 \sim \pm 0''.30$, 如果存在着 $\pm 0''.11$ 以上的差值, 数量也算不小了, 并不应当忽视。至于本资料中最大差值达到 $\pm 0''.36$ (一等)和 $\pm 0''.28$ (二等), 那就更不能容许了。从统计资料看, 较大的差值虽然大多数出现在垂直角较大的测站上, 但也有一部分出现在垂直角仅为 $2^\circ \sim 3^\circ$ 左右的测站上。因此要求一、二等水平角观测时, 当垂直角一等超过 2° 二等超过 3° 时, 应加入垂直轴倾斜改正是完全必要的。

至于三、四等水平角观测, 由于测角精度要求较低, 在垂直角超过 $\pm 3^\circ$ 时, 应每测回间重新整置仪器进行观测, 以减弱垂直轴倾斜改正的系统影响, 可不必进行此项改正; 如采用上述措施, 仍不能有效地消除垂直轴倾斜影响, 则应考虑加入此项改正。

以上统计资料所用成果是在没有规定观测过程中要经常重新整置仪器的情况下观测的。按新规定观测时要经常重新整置仪器, 可能使垂直轴倾斜改正对最后成果的影响更小些。如果对执行新规定的成果进行分析, 证明采取这项措施后可以把进行垂直轴倾斜改正的规定进一步放宽, 那时可以考虑再作修改。

第 83 条, 关于水平角观测各项限差的规定, 这次有些改变, 现分别说明如下:

1. 测角中各项限差应根据仪器的性能、仪器的各项误差和外界条件的可能影响来考虑制订。为了使各项限差规定的合理, 必须根据大量实测资料分析不同类型仪器实际所达到的精度。过去这方面的资料分析做得不多, 只是一等三角水平角观测的结果有一些统计资料。现介绍如下:

(1) 从上、下半测回的互差 d 求 $TT_2''/6''$ 和 T_3 两种仪器的每方向观测中误差

$$\mu_{\text{方}} = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{4N}} \quad (5-1)$$

N 为统计互差 d 的总测回数。

据部分地区一等三角锁观测资料,对 TT2''/6'' 和 T₃ 仪器统计的结果见表 5-1: 据统计说明,已包括不同地类,不同标型及标高,以及出厂期不同的仪器,并选取技术熟练的观测员。但统计总数略嫌少些。

表 5-1

仪 器	架 数	观测员数	点 数	测 回 数	μ 值
TT2''/6''	13	10	30	2200	$\pm 1. ''23$
T ₃	10	9	30	2365	$\pm 1. ''23$

(2) 从测站平差由角度平差值减去相应角度观测平均值的差数 v , 求得的一测回角度观测中误差

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{2m[vv]}{(n-1)(n-2)}} \quad (5-2)$$

由于一般统计资料中仅给出测站平差后的角度中误差

$$M = \pm \frac{\mu}{\sqrt{\frac{m \cdot n}{2}}} \quad (5-3)$$

这时可以根据

$$\mu = \pm M \sqrt{\frac{m \cdot n}{2}} \quad (5-4)$$

反算而求出一测回的角度观测中误差。

现在根据局部地区一等三角锁段由测站平差求得的 M 值,反算出 μ 值,如表 5-2 所列。在此表中,我们仅利用全锁段用同一类型仪器观测所得的 M 值,凡混合使用两种类型仪器观测的锁段都未采用,以便分别考察两种仪器的观测精度。

表 5-2

仪 器	TT2''/6''			T ₃		
	D 区	T S 区	T S 区	D 区	T S 区	T S 区
$m \cdot n$	36	36	24	42	42	36
锁 段 数	23	37	25	12	5	26
M 最 小	0.''20	0.''21	0.''23	0.''20	0.''15	0.''18
M 最 大	0.''30	0.''37	0.''37	0.''36	0.''30	0.''34
M 平 均	0.''268	0.''288	0.''282	0.''265	0.''258	0.''271
μ 最 小	0.''85	0.''89	0.''80	0.''92	0.''69	0.''76
μ 最 大	1.''27	1.''57	1.''28	1.''65	1.''37	1.''44
μ 平 均	1.''14	1.''22	0.''98	1.''22	1.''18	1.''15
μ 权 平 均	1.''13			1.''17		

现对以上两种统计资料进行比较。首先由于一测回角度观测值是由上、下半测回各两个方向差值的平均数组成的，因此，从理论上来说，应有

$$\mu = \mu_{\text{方}}$$

但两种估算方法所包含的误差影响略有不同。在上、下半测回之差 d 中，由于按原《细则》作业时，在半测回之间变换度盘 $10'$ (TT2''/6'') 或 $8'$ (T₃)，以消除度盘分划的短周期误差，因此 d 值中包含有度盘分划的短周期误差影响。其次，用 T₃ 观测时，上、下半测回间纵转望远镜，以消除仪器水平轴不垂直于垂直轴的误差影响，因此在 d 值中还包含双倍的水平轴误差影响。此外，觇标扭转的影响也会在上、下半测回的互差中反映出来。所以按式(5-1)求出的 $\mu_{\text{方}}$ 除照准和读数的偶然误差外，还受以上三项误差影响。

在平差角值与观测角平均值之差 v 中, 度盘分划误差等仪器误差和觇标扭转的影响, 可以认为在角平均值中基本上已消除; 外界条件, 如旁折光影响等, 在观测正常情况下, 也可认为基本上已消除, 但在旁折光影响较大和变化较剧烈地区, 也还会存在其残余影响。表 5-2 中第二栏用 TT2"/6" 仪器在 T 区、S 区按 $m \cdot n = 36$ 观测时, 所得的 M 和 μ 值都显著较大, 主要是由于 S 区还有些锁段观测条件不好, 旁折光影响较大, 其中有 7 个锁段的 M 值在 $\pm 0'' 35$ 与 $\pm 0'' 37$ 之间, 所以使得平均值增大。如果不顾及这 7 个锁段, 则这一栏得出 M 平均为 ± 0.269 , μ 平均为 ± 1.14 , 与第一栏的结果基本相同。这时 μ 的总权平均也将降为 $\pm 1'' 09$ 。

根据表 5-1 和表 5-2 的结果, 考虑到上述各项误差影响, 如果只顾及照准和读数的偶然误差, 可以认为从平均来说采用

$$\text{TT2''/6''} \quad \mu_{\text{方}} = \mu \leq \pm 1'' 1$$

$$\text{T}_3 \quad \mu_{\text{方}} = \mu \leq \pm 1'' 2$$

比较合适。

根据第四章对北光 J07 型仪器施测精度的介绍, 取其测站平差后的角度中误差 $M = \pm 0'' 22$ 。由此反算求出一测回角度观测中误差为

$$\mu = \pm M \sqrt{\frac{m \cdot n}{2}}$$

以 $m \cdot n = 42$ 代入上式, 则 $\mu = \pm 1'' 01$, 因实测结果不多, 算得的 μ 值不一定准确, 为留有余地, 取 $\mu = \pm 1'' 1$ (与 TT2"/6" 精度相当)。

又据我国光学经纬仪系列的规定指标, T₃ 经纬仪相当 J1 型仪器。综上对不同类型仪器观测精度的统计, 我们取

$$\left. \begin{array}{l} \text{J07 型仪器} \quad \mu_{\text{方}} = \mu \leq \pm 1'' 1 \\ \text{J1 型仪器} \quad \mu_{\text{方}} = \mu \leq \pm 1'' 2 \end{array} \right\} \quad (5-5)$$

作为以下讨论限差时的基本依据。

2. 用 J1 型仪器观测时, 二次照准读数之差, 其中误差应为 $\sqrt{2} \mu_{\text{方}}$, 按二倍中误差规定限值应为 $2\sqrt{2} \mu_{\text{方}} = \pm 3''.4$, 现规定为 $4''$ 。

3. 上、下半测回互差, 如果仅考虑照准读数的偶然误差, 最大值应为 $2\sqrt{2}\sqrt{2}\mu = 4\mu$, 即

J07 仪器 最大值 = $4''.4$

J1 型仪器 最大值 = $4''.8$

新规定已取消了上、下半测回间变换度盘位置的规定。但因上、下半测回间纵转望远镜应考虑水平轴误差影响。所以限值应当较上面求出的数值还要放宽些, 故规定

J07 仪器 限值 = $5''$

J1 型仪器 限值 = $6''$

4. 同一角度各测回角值互差。如果仅按观测中的偶然误差估计, 这项互差的最大值, 按式(5-5)的 μ 值计算, 应为

J07 型仪器 最大值 = $2\sqrt{2}\mu = \pm 3''.1$

J1 型仪器 最大值 = $2\sqrt{2}\mu = \pm 3''.4$

原《细则》规定, 测回互差用 $TT2''/6''$ 观测时, 一等不得超过 $3''$, 二等不得超过 $4''$, 用 T_3 观测时, 一、二等都不得超过 $4''$ 。

但考虑到测回互差不仅包含有观测的偶然误差, 还包含有仪器水平度盘分划和测微器的系统误差, 以及各测回在不同时间段观测所必然要受到的外界条件变化(主要是旁折光方向和大小的变化)的误差影响。其中外界条件变化而引起的旁折光影响可能是最大的。在旁折光影响较大的地区, 不同时间段的观测结果可能存在 $1''$ 甚或更大的系统误差。为了较好地消除这种系统误差影响, 规范中规定每个角度的各测回应尽量在不

同时间段内观测。这样测回互差虽然会较大，但在测回中数中却能较好地消除系统误差的影响。

从上述情况来看，原《细则》对测回互差的限值规定显然是偏严了。过去由于这项超限而重测的百分比也是比较大的。这项限值规定偏严的结果，还不仅是增加重测的工作量，更为不利的是会限制观测人员不敢在外界条件显著不同的情况下观测，而超限重测时，也必然力求使观测结果趋近各测回的中数。这对于消除观测中的系统误差影响，显然是不利的。

为了查明这些限差如何规定才比较合理，这次在有关单位的大力支持和帮助下，对放宽测回互差限值的影响，作了一些统计试验，包括一、二、三等用 TT2''/6''、T₃、T₂、010 各种仪器在五个不同测区按全组合测角法或方向观测法观测的结果。这里先介绍两个一等测区分别用 TT2''/6'' 和 T₃ 仪器观测的结果。试验时，对各测回观测成果，分别按测回互差限值为 3''、4''、5'' 和 4''、5''、6''，重新进行成果取舍，重新进行测站平差、计算测角中

表 5-3

测区 使用仪器 观测方法	等级 点数 三角形数	测回 互差 限值	总测 回数	重测 测回数	重测 百分比 %	测站平 差角度 中误差 M	由三角形 闭合差计 算角度中 误差 m	极条件自由 项绝对值的 和	
								极个数	$\Sigma w $
A区 TT2''/6'' 全组合测 角法	I	3''	5252	1122	21.4	± 0.258	± 0.371	28	396
	62	4''	5252	679	12.9	± 0.265	± 0.366	28	438
	88	5''	5252	347	6.6	± 0.272	± 0.369	28	419
B区 T ₃ 全组合测 角法	I	4''	4976	453	9.1	± 0.266	± 0.602	22	622
	51	5''	4976	203	4.1	± 0.277	± 0.608	22	634
	71	6''	4976	72	1.4	± 0.284	± 0.608	22	619

误差 M , 并重新按三角形闭合差计算测角中误差 m , 和极条件自由项 w 。结果列于表 5-3。

从表中数据可以看出以下几点:

(1) 放宽测回互差的限值, 由测站平差求得的测角中误差 M 值略有增大, 这是可以预料到的。 M 值增大并不表明观测成果精度降低; 相反, 由于放宽限值, 在各种不同条件下观测的结果, 就都有可能充分地反映到最后成果中, 使系统误差消除的较好。

(2) 衡量测角成果精度比较可靠的标准, 是由三角形闭合差计算的测角中误差 m 和极条件自由项 w 。从表中数据来看, 在放宽限值后, A 区的 m 值略有减小, 而 w 值略有增加; B 区则恰好相反, m 值略有增大, 而 w 值在限值放宽到 $5''$ 时略有增加, 放宽到 $6''$ 时又略减小。无论增加或减小, 其幅度均是很小的。从总的方面来说, 可以认为, 放宽测回互差的限值, 并没有引起测角成果的精度有任何值得注意的变化。变化幅度之小可以说明这种变化的偶然性。由于时间关系, 仅试验两个测区, 数据较少, 地区类型也有局限性。但放宽限差到一定的允许范围, 不会对成果精度带来不利影响, 则是可以肯定的。

(3) 放宽测回互差的限值, 重测测回数显著减少。特别是用 $TT2''/6''$ 仪器观测时, 按原限值 $3''$ 规定, 重测百分比达到 21.4% ; 按 $4''$ 限值, 重测减至一半左右, 即 12.9% ; 按 $5''$ 限值, 进一步减至 6.6% 。此时精度指标 m 和 $\sum|w|$ 都没有多少变化。用 T_3 仪器观测时, 限值从 $4''$ 放宽到 $5''$, 重测百分比由 9.1% 减至 4.1% 。由此可见, 放宽测回互差的限值, 可以大量减少重测的工作量, 而成果精度不受影响。

以上从理论分析和试验数据都证明测回互差的限差应当放宽, 而且对两种仪器来说, 放宽到 $5''$ 都是恰当的。但是考虑到试验的测区较少, 把一等用 $TT2''/6''$ 仪器观测的测回互差限值

从原定的 3" 一下子放宽到 5" 是否合适, 最好有更多测区的试验结果。而且测回互差是对成果精度检查的一项重要指标, 规定过宽也有可能使观测质量不好的测回混入到最后成果中去。因此为谨慎起见, 在本规范中暂定把一、二等 J07 仪器观测的测回互差都限在 4" 以内, J1 型仪器观测的则都限在 5" 以内。一、二等取得一致。

5. 直接角与间接角和不同间接角之间的互差限值规定。

尽管在观测程序中, 尽量设法消除各种仪器误差和外界条件系统误差的影响, 但在各角的测回中数中, 除去含有观测中的偶然误差外, 总还会有些残余系统误差的影响。在测站平差之前, 检查直接角与间接角和不同间接角之间的互差, 可以看出这种残余系统误差的大小。

对于这项互差限值的规定, 除应考虑观测中的偶然误差外, 还应考虑各角度测回中数中不可避免会含有少量残余系统误差。如果这种残余的系统误差不是很大, 在测站平差所计算的直接角与间接角的权中数中, 还可以得到进一步消除。因此, 对于这项限差不宜规定过严, 否则超限时引起个别角度的全部测回重测, 甚至整份成果重测, 将是不必要的。为此, 我们取由一测回偶然中误差计算的互差中误差的三倍作为限值。

设按全组合测角法观测权数为 $p = m \cdot n$, 每一直接角是 m 测回的中数, 其中误差为

$$m_{\text{直}} = \frac{\mu}{\sqrt{m}} = \mu \sqrt{\frac{n}{p}}$$

每一间接角的中误差为 $\sqrt{2} m_{\text{直}}$, 而不同间接角的互差中误差应为 $\sqrt{2} \sqrt{2} m_{\text{直}}$, 即

$$m_{\text{互差}} = 2m_{\text{直}} = \frac{2\mu}{\sqrt{p}} \sqrt{n}$$

按三倍中误差求得的限值为

$$\text{限值} = \frac{6\mu}{\sqrt{p}} \sqrt{n} \quad (5-6)$$

将 J07 型和 J1 型两种仪器的 μ 值按式(5-5)代入, 并根据对一、二等观测规定的观测权数 $p = m \cdot n$, 可以得出以下计算限值的式子:

$$\begin{aligned} \text{一等: J07 型} & \quad \text{限值} = 1''10\sqrt{n} \\ \text{一等: J1 型} & \quad \text{限值} = 1''11\sqrt{n} \\ \text{二等: J07 型} & \quad \text{限值} = 1''35\sqrt{n} \\ \text{二等: J1 型} & \quad \text{限值} = 1''36\sqrt{n} \end{aligned}$$

由此得出表 5-4 所列的限值。

表 5-4

限值 等级、 仪器类型		方向数 n					
		3	4	5	6	7	8
一 等	J07	1.''9	2.''2	2.''5	2.''7	2.''9	3.''1
	J1	1.''9	2.''2	2.''5	2.''7	2.''9	3.''1
	原《细则》规定	2.''	3.''	3.''	4.''	4.''	4.''
	本规范规定	2.''5	2.''5	3.''	4.''	4.''	3.''
二 等	J07	2.''3	2.''7	3.''0	3.''3	3.''6	3.''8
	J1	2.''4	2.''7	3.''0	3.''3	3.''6	3.''8
	原《细则》规定	3.''	4.''	4.''	5.''	5.''	5.''
	本规范规定	3.''	3.''	4.''	4.''	5.''	5.''

由表 5-4 可以看出, 限差计算值比规定值为小, 当测站方向数较多时更为明显。这是因为测站方向数愈多单角测回数愈小, 而各单角受度盘直径误差影响也愈大; 另外, 各单角又是在不同通视期间和不同气候条件下观测的, 无疑对各单角会带来

各种不同的系统误差影响，这在测站平差前是不能得到较好消除的，所以考虑到上述特殊情况，对此限差的规定值稍有放宽是适宜的。

6. 方向观测法半测回归零差的限值。

方向观测法的半测回归零差，除受观测的偶然误差影响外，还受觇标扭转或仪器脚架扭转的影响。

关于用 J07 和 J1 型仪器观测时，每方向的观测中误差，前面已作过分析，并给出式(5-5)的结果。对于 J2 型仪器的方向观测中误差，由于按方向观测法施测，在测站平差时，一般不计算单位权中误差，所以缺乏这项统计资料。

但是用 J2 型仪器作三等观测，按三角形闭合差计算的测角中误差 m ，一般在 $\pm 1''.1 \sim \pm 1''.5$ 之间，平均可按 $\pm 1''.3$ 估算。测站平差的角度中误差一般约为按三角形闭合差计算的测角中误差 m 的一半左右。由于三等用 J2 型仪器观测时，共测 12 个测回，所以由此求出一测回角度观测中误差 μ ，也就相当于一个方向观测中误差 $\mu_{方}$ ，应为

$$\text{J2 型: } \mu = \mu_{方} = \pm \frac{1.3}{2} \sqrt{12} = \pm 2''.2 \quad (5-7)$$

由式(5-5)和(5-7)可以计算半测回归零差的偶然误差部分为 $\sqrt{2} \mu_{方}$ 。

除偶然误差外，在半测回归零差中，还包含着觇标扭转或仪器脚架扭转（可通称为仪器基座扭转）在半测回中的全部影响。除此以外，在半测回的始末二次观测零方向之间，外界条件也会有一定的变化。对于这些影响，究竟允许达到多大才算合理，无论从理论上或试验上都很难以确定。原《细则》中的规定，大体上是假定系统误差部分为 $2''$ ，取偶然误差部分与系统误差部分的平方和的平方根作为综合误差，以其二倍作为限值。根据多年来执行情况，大体上是适宜的，所以保留不变。（见表 5-5）。

表 5-5

仪器类型	$\mu_{\text{方}}$	偶然误差部分	系统误差部分	综合误差	二倍综合误差	规定值
J ₀₇	±1."1	1."55	2."00	2."54	5."1	5"
J ₁	±1."2	1."70	2."00	2."62	5."2	6"
J ₂	±2."2	3."11	2."00	3."70	7."4	8"

8. 方向观测时,一测回内各方向 $2c$ 值的互差限值。

在 $2c$ 互差中,也包含偶然误差(观测误差)部分,和仪器轴差及由觇标或脚架扭转而产生的仪器基座扭转的系统误差部分。

每一个 $2c$ 值是由 $L-R$ 求出的,故其偶然中误差为 $\sqrt{2}\mu_{\text{方}}$,而两个方向 $2c$ 值的互差的偶然中误差为 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\mu_{\text{方}}=2\mu_{\text{方}}$ 。

观测方向的垂直角 α 较大时,仪器视轴差 c 和水平轴差 i 都将影响 $L-R$ 的数值。

双倍视轴差 $2c$ 随 α 而变化的公式为

$$\frac{2c}{\cos \alpha} \approx \frac{2c}{1 - \frac{\alpha^2}{2\rho^2}} \approx 2c \left(1 + \frac{\alpha^2}{2\rho^2} \right) = 2c + c \frac{\alpha^2}{\rho^2}$$

$2c$ 为其正常部分, $c \frac{\alpha^2}{\rho^2}$ 为受 α 角影响部分。规范要求校正仪器使 $2c \leq 30''$ 。本条又规定当 α 绝对值超过 3° 时, $2c$ 互差可按同方向相邻测回比较,因此不同方向比较 $2c$ 互差时,垂直角 α 绝对值最大仅为 3° ,此时对仪器的影响分别也只有 $0''.04$,数值很小,可以不计。

水平轴误差 i 对 $L-R$ 的影响为 $2i \operatorname{tg} \alpha$,随 α 的正负号不同,其符号亦不同。故考虑此项影响时,应按 $2i(\operatorname{tg} \alpha_i - \operatorname{tg} \alpha_k)$ 或近似地按 $2i \operatorname{tg} \Delta \alpha$ 估算。在比较不同方向的 $2c$ 时,由于 α 的绝对值小于 3° ,故 $\Delta \alpha$ 最大不过 6° 。

根据规范要求, J07、J1 型仪器 i 角须小于 $10''$, J2 型仪器 i 角须小于 $15''$ 。当 $\Delta\alpha = 6^\circ$ 时, i 角对 $2c$ 互差的影响 $2i\frac{\Delta\alpha}{\rho}$, 对于不同类型仪器分别为 $2''.1$ 和 $3''.1$ 。

在讨论归零差时, 半测回两次照准零方向之间仪器基座扭转误差的累计值允许为 $2''.0$ 。这里在考虑它对 $2c$ 值互差的影响时, 也可以估计在 $2''$ 左右。

根据以上讨论的结果, 可以估算 $2c$ 互差限值, 如表 5-6 所列。

表 5-6

仪器类型	偶然误差 部分 2μ 方	系 统 误 差 部 分			综 合 影 响	二倍综 合影响
		$2i\frac{\Delta\alpha}{\rho}$	基 座 扭 转	总 和		
	"	"	"	"	"	"
J ₀₇ 、J ₁	± 2.4	2.1	2.0	4.1	4.75	9.5
J ₂	± 4.4	3.1	2.0	5.1	6.73	13.5

根据上表最后一栏, 对不同型仪器分别规定 $2c$ 互差限值 $9''$ 和 $13''$ 。过去规定的限值分别为 $8''$ 和 $12''$, 有时易于超限少许。考虑到 $2c$ 互差不是控制观测精度的主要指标, 而是为了便于检查观测中是否有粗差, 而且其中系统误差部分在盘左、盘右方向值中数中, 基本可以消除, 因此将限差各放宽 $1''$, 以免规定过严, 导致不必要的返工。

9. 方向观测时, 起始方向归零后, 同一方向各测回结果互差的限值。

各测回观测结果在起始方向归化为零之后, 其它方向值都相当于与起始方向之间的角值。所以如果仅顾及观测中偶然误差的影响, 各测回互差的最大值应为 $2\sqrt{2}\mu$, μ 值可根据仪器类型分别取用式(5-5)和式(5-7)中的数值。对不同类型仪器的结果是:

J07 最大值 = $\pm 3''.1$

J1 最大值 = $\pm 3''.4$

J2 最大值 = $\pm 6''.2$

但各测回互差,除偶然误差影响外,还受度盘分划误差和测微器系统误差,以及外界条件变化,如旁折光的变化等影响,在规定限值时,不能仅按上列的估算结果,必须适当放宽。这和前面第4项关于全组合测角法测回互差的情况基本一样。

对于二、三等三角测量用 T_3 、 T_2 、010 仪器观测的成果,放宽测回互差限值后,对测角精度的影响,也进行了试验。结果列于表 5-7。

表 5-7

测区 使用仪器 观测方法	等级 点数 三角形数	测回 互差 限值	总方向 测回数	重测 方向 测回数	重测 百分比 %	测站平 差角度 中误差 M	由三角形 闭合差计 算角度中 误差 m	极条件自 由项绝对 值的和	
								极个数	$\Sigma w $
C区 T_3 方向 观测	II	5''	4770	205	4.3	± 0.450	± 0.772	25	129
	53	6''		77	1.6	± 0.474	± 0.771		128
	74	7''		35	0.7	± 0.484	± 0.767		126
D区 010 方向 观测	III	8''	2904	171	5.9		± 1.11	26	180
	49	9''		54	1.9		± 1.11		174
	73	10''		20	0.7		± 1.12		175
E区 T_2 方向 观测	III	10''	2928	57	1.9		± 1.45	25	190
	50	11''		32	1.1		± 1.48		189
	73	12''		15	0.5		± 1.48		183

由于方向观测的测站平差一般不计算测角中误差,所以表中 D 、 E 两区缺少这项数据。又 E 区观测时是执行当时的技术

补充规定,测回互差限值为 $10''$, 试验时进一步放宽限值,以考察其效果。

从表 5-7 的数值来看, C 区二等用 T_3 观测,和 D 区三等网用 010 观测,限值放宽后,按三角形闭合差计算的测角中误差 m 和极条件自由项 w ,这两项主要精度指标都趋于略有减小或维持不变,说明放宽限值到一定范围,并不影响精度。B 区由于原来执行的限差规定就很宽,进一步放宽限值,测角中误差 m 略有增加,极条件自由项 w 基本不变。这说明测回限差不宜放的过宽。

原《细则》规定,二、三、四等方向观测时,测回互差的限值如下:

$TT2''/6''$	限值 = $4''$
T_3	限值 = $5''$
$T_2、010$	限值 = $8''$

根据上述试验结果,限值各放宽 $1''$ 是没有问题的,这时重测百分比都可下降到 2% 左右。因此本规范规定

J07 型	限值 = $5''$
J1 型	限值 = $6''$
J2 型	限值 = $9''$

第 86 条,关于归心元素测定精度的要求。

测站归心改正数 c'' 是按下式计算的:

$$c'' = \rho'' \frac{e}{s} \sin(M + \theta) \quad (5-8)$$

e 为偏心距, θ 为偏心角。

由式 (5-8) 可得归心元素测定中误差与改正数中误差的关系:

$$m_c^2 = \left(\frac{\rho''}{s}\right)^2 m_e^2 \sin^2(M + \theta) + \left(\frac{\rho''}{s}\right)^2 e^2 m_\theta^2 \cos^2(M + \theta) \quad (5-9)$$

设 e 单位为米, s 单位为公里, θ 单位为度, 则当

$$m_e \frac{206}{s} = m_c, \quad m_{\theta} \cdot \frac{3.6}{s} e = m_o \quad (5-10)$$

时, 式(5-9)总是满足的。

一个观测方向要进行测站归心改正 c 和觇标归心改正 r , 其精度要求相同, 设都用 m_o 表示其中误差, 则两项归心改正对方向值的影响为 $\sqrt{2} \cdot m_o$ 。为保证归心改正误差对观测方向值不致产生较大影响, 应要求 $\sqrt{2} m_o$ 小于测站平差方向中误差的 $1/3$ 。一般来说, 由测站平差所求得的角度中误差约为该等级规定测角中误差 m 的 0.4 倍左右, 即测站平差方向中误差约为

$\frac{0.4}{\sqrt{2}} m$ 。因此规定 $\sqrt{2} m_o \leq \frac{1}{3} \times \frac{0.4}{\sqrt{2}} m$, 或

$$m_o \leq \frac{m}{15} \quad (5-11)$$

将式(5-11)代入(5-10), 就得出对于归心元素测定中误差的要求:

$$m_e \leq \frac{ms}{3090}, \quad m_{\theta} \leq \frac{ms}{54e} \quad (5-12)$$

对于各等级三角测量, 取 s 为平均边长时, ms 基本上为一常数, 如表 5-8 所示。

表 5-8

等 级	测 角 中 误 差 m	平 均 边 长 s (公 里)	ms
一	0.7''	22	15.4
二	1.0	13	13.0
三	1.8	8	14.4
四	2.5	5	12.5

平均取 $ms = 14$, 代入式(5-12), 得

$$m_e \leq 4.53 \text{ 毫米} \quad (5-13)$$

$$m_e \leq \frac{0.26}{e} \quad (5-14)$$

首先讨论如何才能满足偏心距 e 的精度要求。图 5-1 示投影交会时互成 60° 或 120° 的三个交会方向线所构成的示误三角形, P 为最后决定的点位, d 为由 P 至各方向线的垂距。

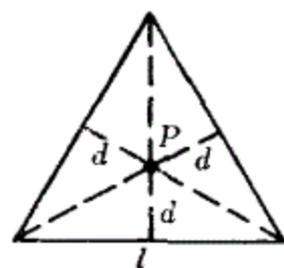


图 5-1

根据方向交会平差的公式, 设经纬仪站距投影点的距离为 p , 可以证明, 任一投影线的方向中误差为

$$\mu = \sqrt{3d} \frac{\rho}{p}$$

而 P 点在任一方向的坐标中误差为

$$m_x = \sqrt{2} \cdot d \quad (5-15)$$

偏心距 e 是两个投影点之间的距离, 所以它的中误差应为

$$m_e = \sqrt{2} \cdot m_x = 2d$$

由图可见, 示误三角形的边长为

$$l = 2\sqrt{3} \cdot d = \sqrt{3} m_e \quad (5-16)$$

由以上推导可知, 示误三角形的边长 l 是与投影点中误差 m_x 和偏心距中误差 m_e 直接关连着的。根据式(5-13)和式(5-16), 要使 m_e 小于 ± 4.53 毫米, 必须使

$$l \leq 7.8 \text{ 毫米}$$

标石、仪器和回光中心点位明确, 易于投影, 所以规范中要求其投影示误三角形边长 l 不得超过 5 毫米。而觇标圆

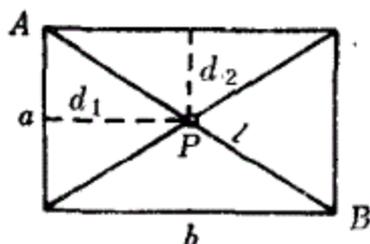


图 5-2

筒和标心柱中心，由于其形状不可能完全对称，投影误差必然稍大，所以允许 l 不大于 10 毫米。

投影面互成 90° 交角时，由图 5-2 可以看出，两次交会点 A 、 B 之间的距离为 l 。此时每一交会线的方向误差为

$$\mu = \sqrt{\frac{2(d_1^2 + d_2^2)}{4-2}} \cdot \frac{\rho}{p} = \frac{l}{2} \cdot \frac{\rho}{p}$$

而 P 点在任一方向的坐标中误差为

$$m_x = \frac{\mu}{\sqrt{2}} \frac{p}{\rho} = \frac{l}{2\sqrt{2}}$$

或

$$l = 2\sqrt{2} m_x = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} m_e = 2 \cdot m_e$$

由此可得，当要求 $m_e \leq 4.53$ 毫米时，须使

$$l \leq 9.06 \text{ 毫米}$$

与三方向投影时对示误三角形边长 l 的要求相差不多。

对于大偏心距，如果要求直接量测二次的中数中误差 $m_e \leq 4.53$ 毫米，则二次量测之差应不大于 $4m_e$ ，即不大于 18 毫米。由于直接量距还受系统误差影响，所以规定二次量测结果互差应不大于 10 毫米。

其次讨论有关偏心角的精度问题。偏心角中误差 m_θ 是由偏心距 e 的方向中误差 μ_e 与描绘方向线的中误差 $\mu_{\text{描}}$ 所组成：

$$m_\theta^2 = \mu_e^2 + \mu_{\text{描}}^2 \quad (5-16)$$

由于偏心角是以一个投影点为顶点，所以

$$\mu_e = \frac{m_e}{\sqrt{2} \cdot e} \rho^\circ = \frac{0.00453 \times 57.3}{\sqrt{2} \cdot e} = \frac{0.26}{\sqrt{2} \cdot e} \quad (5-17)$$

将式(5-14)与(5-17)代入式(5-16)，得

$$\mu_{\text{描}} = \frac{0.26}{\sqrt{2} \cdot e}$$

而由两个描绘方向所构成的角度的最大误差，也就是描绘角与观测角互差的限值 Δ 应为

$$\Delta = 2\sqrt{2} \mu_{\text{描}} = \frac{0.52}{e}$$

当 $e \leq 0.3$ 米时，按 $e = 0.3$ 米计， $\Delta \leq 1.7$ ，规定不得超过 2° ；当 $0.3 \leq e \leq 0.6$ 米时，按 $e = 0.6$ 米计， $\Delta \leq 0.85$ ，规定不得超过 1° 。

一般情况下，偏心距 e 不会大于 0.6 米。但低等级三角测量，有时不得不偏心设站观测，此时偏心角 θ 必须用经纬仪观测，其精度应满足 $m_\theta \leq \frac{0.26}{e}$ 的要求。

关于投影方法中的“正刺”、“反刺”和“交会”。

“正刺”：测前投影时，可在基板（或回光台）上整置投影纸，将标石中心投至投影纸上，而后刺到基板（或回光台）上，做为仪器（或回光）中心，此时 $B=Y$ （或 $H=Y$ ）， B （或 H ）为“正刺”所得。

“反刺”：在基板（或回光台）上，整置投影纸，将标石中心投到投影纸上，仪器（或回光）中心可直接从基板（或回光台）反刺在投影纸上，此时 Y （或 H ）为“反刺”所得。

“交会”：首先通过基板（或回光台）的仪器（或回光）中心划三条交角约为 120° （或 60° ）的直线，然后将投影纸整置在基板（或回光台）上进行投影，将标石中心投在投影纸上，仪器（或回光）中心可用原划在基板（或回光台）上的三条直线交会，此时 Y （或 H ）为“交会”所得。

第 88 条，关于投影偏差的规定。

根据以上所述，一次投影点的坐标中误差为

$$m_x = \frac{m_e}{\sqrt{2}}$$

二次投影点之间的差距,即投影偏差,最大值应为

$$2\sqrt{2}m_g = 2m_e$$

根据式(5-13)对 m_e 的要求,投影偏差一般应不超过 9.1 毫米,因此这项限值规定为 10 毫米。

如果投影偏差超过 10 毫米,表明仪器或觇标中心在两次投影之间位移较大。但如果取中数计算归心改正数,而能使归心改正数中误差 m_c 满足式(5-11),则根据两次投影结果分别计算归心改正数互差应不大于 $4m_c$,即

$$\text{互差} \leq \frac{m}{3.75}$$

代入各等级的规定测角中误差 m 值,得出两次改正数之差的限值为:一等 $\pm 0''.19$,二等 $\pm 0''.27$,三等 $\pm 0''.48$,四等 $\pm 0''.67$ 。所以规定一、二等不得大于 $\pm 0''.2$,三、四等不得大于 $\pm 0''.5$ 。

第六章 大地点的高程测定

本章与原《细则》相比,有一些较大的改动,须首先加以说明。

对于三角高程测量的精度,有许多单位作过统计。由于所使用的资料不同,测区地理条件不同,以及估算精度的方法不同,结论并不完全一致。有人认为,三角高程测量的精度虽不如水准测量,但在水准联测的高程起算点控制下,经过三角高程网平差,大地点高程的精度对于控制各种比例尺测图还是足够的。另外也有人认为,三角高程测量常发生较大的误差,精度不可靠。

根据一些计算单位对三角高程网平差的经验，证明这两种说法都有道理。一方面，总的来说，三角高程网平差后的精度一般都比较良好，甚至大量减少高程起算点的数目，对于绝大部分点的平差结果也没有多大影响。但另一方面，又发现有时在个别点上出现较大的误差，尤其是在某些高程起算点上有时出现较大的闭合差，在平差时采用和不采用这些高程起算点作为控制，影响其周围点的高程变化也较大。

根据外业经验，以及对发生较大误差各点的具体情况进行分析，得出产生较大误差的主要原因有以下几点：

1. 经纬仪高程导线联测大地点的高程，其精度很低，是高程起算点间产生较大高程闭合差的主要原因；
2. 水准联络点联测大地点高程，也有时发现较大的误差；
3. 支线水准联测只进行单程，有时发生读数粗差，无法发现和消除；
4. 量测觇标和仪器水平轴高度，有时发生粗差；
5. 垂直角观测时，有时记错照准标的。

如果能够消除产生这些较大误差或粗差的根源，三角高程网平差后所求得大地点高程的精度就能有足够的保证。因此在制订本章的各项规定时，主要针对以上几项，特别是对保证高程起算点的精度，采取一些措施。其中最主要的是对水准联络点方法作了一些补充和限制，并取消了用经纬仪高程导线联测的方法。

关于具体规定，将在以下按条文次序说明。这里首先对取消经纬仪高程导线联测方法加以说明。

根据某一测绘队的试验，在 1.7 公里距离、用水准测定的高差为 +232.691 米的路线上，用六个测站进行单程双线的经纬仪高程导线测量，由不同小组共测定 15 次，分别得出与水准测量高

差之差，最大达+0.686米和-0.576米。以几何水准高差为真值，每次用经纬仪高程导线测定结果与真值的差为其真误差，求出每次测定的中误差为

$$m = \pm 0.293 \text{ 米,}$$

由此得出每公里经纬仪高程导线的中误差为

$$m_{\text{公里}} = \frac{0.293}{\sqrt{1.7}} = \pm 0.225 \text{ 米,}$$

这个数值，与三角高程每公里中误差约为 ± 0.02 米相比，显然是太大了。由此可见，用高程导线联测大地点高程，作为三角高程推算的控制，是极不合理的，应当取消这种方法。

其次，对于三角高程测量本身究竟能够达到什么精度，也需要作些说明。为了估算由三角高程测量推算高程的精度，确定高程起算点的合理间隔，和规定对向观测结果互差以及图形闭合差的限值，区分偶然误差与粗差的界线，都需要有一个估算三角高程测量精度的公式。由于三角高程测量的精度受垂直角观测误差、量测标高误差、大气折光误差和垂线偏差变化等许多因素的影响，而大气折光和垂线偏差的影响是随地区不同而可能有很大的变化，尤其是大气折光的影响还与观测条件（如视线超出地面的高度）密切相关，因此不可能从理论上推导出一个普遍适用的估算公式。只有根据大量实测资料，按正确方法进行统计和分析，才有可能求得一个大体上足以代表三角高程测量平均精度的经验公式。

过去也有对个别测区的三角高程测量资料进行统计和分析的结果。这次为了编制本规范的需要，又进行了一定规模的统计，利用了各种不同地理条件的大约20个测区的实测资料，用不同边长的三角形高差闭合差，来估算三角高程测量的精度，这样就避免了量测标高以及联测高程的误差影响。为了更好地判

断三角高程测量精度与边长的关系，专门挑选极近于等边三角形的闭合差，以平均边长每隔一公里的间距，分别按下式计算一个对向观测所求高差的中误差：

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{3n}}$$

式中 Δ 为三角形高差闭合差， n 为三角形个数， m 为计算出来的一个对向观测的高差中误差。现将按不同边长三角形计算中误差的结果列于表 6-1。

不同边长三角高程的高差测定精度统计 表 6-1

边长 s (公里)	三角形 个 n	一 边 中 误差 m (米)	$p = \frac{m}{s}$	边长 s (公里)	三角形 个 n	一 边 中 误差 m (米)	$p = \frac{m}{s}$
1	17	±0.022	0.022	11	56	±0.211	0.019
2*				12	61	±0.203	0.017
3	60	±0.062	0.021	13	45	±0.210	0.016
4	54	±0.078	0.020	14	61	±0.175	0.013
5	68	±0.068	0.014	15	45	±0.249	0.017
6	83	±0.085	0.014	16	32	±0.275	0.017
7	79	±0.125	0.018	17	32	±0.339	0.020
8	67	±0.102	0.013	18	29	±0.345	0.019
9	73	±0.142	0.016	19	15	±0.295	0.016
10	83	±0.155	0.016	20	9	±0.326	0.016

* 2 公里边长选出的近于等边的三角形个数过少，未作计算。

由表 6-1 的数值可以看出， m 大体上是与 s 成比例增长，因此计算了 $p = \frac{m}{s}$ 的数值。 p 的数值变化于 0.013 与 0.022 之间，平均值为 0.017。对不同边长而言，看不出 p 值有随边长而变化的明显规律。

这次统计，虽然利用了 20 个测区的资料，总计三角形个数约在二万个左右，但由于挑选近于等边的三角形，实际上只利用

约一千个三角形的数据。每种边长所使用的数据不够多，只要其中出现几个比较大的闭合差，就会影响 m 的计算结果较大，而未遇到较大闭合差时， m 的计算结果就较小。这是 m 值和 p 值波动较大的原因。但从平均的 p 值来看，还是比较可靠的。

由于这个统计只利用二等以下三角高程的资料，边长在 15 公里以上的三角形较少，所以还看不出长边时的规律。为此我们又根据旧时一等三角高程精度的统计资料，进行一些改算，以便察看长边时的规律。其所以需要改算，是由于过去统计时，当三角形三边边长不等时，采用其平均值，而当用许多不同大小的三角形的闭合差计算中误差时，也认为这个中误差相应于其平均边长。实际上，如果三角高程中误差是与边长成比例增长的，即 $m = ps$ ，当三角形三边不等时，其闭合差的中误差 m_{Δ} 可按下列式表示：

$$m_{\Delta}^2 = 3m^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$$

由式可以看出，不等边三角形闭合差 Δ 所相应的边长应是

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{1}{3}(s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)}$$

\bar{s} 为三边边长的均方值而不是简单算术平均值。

同理，如果根据不同大小的三角形的闭合差计算一边的三角高程中误差时，由于

$$m^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{3n}$$

m 所相应的 s 值应是

$$s_0 = \sqrt{\frac{1}{n}(\bar{s}_1^2 + \bar{s}_2^2 + \dots + \bar{s}_n^2)}$$

也是均方值，而不是各 \bar{s} 的简单算术平均值。

由于没有原始资料，因此把平均边长改算为边长均方值只

作了近似的改正, 改算结果不可能完全准确, 但比以往用简单平均边长要可靠些。原统计共有 28 条一等锁, 其中有二条锁出现 4~5 米的孤立的大闭合差, 显然有粗差而没有采用; 另外又有二条锁数据明显有误, 也未采用, 其余 24 条锁的改算结果列于表 6-2。

长边三角高程的高差测定精度统计

表 6-2

边长 s (公里)	三角形 个数 n	一 边 中 误 差 m (米)	$p = \frac{m}{s}$	边长 s (公里)	三角形 个数 n	一 边 中 误 差 m (米)	$p = \frac{m}{s}$
17.3	19	±0.25	0.014	25.6	14	±0.33	0.013
17.7	5	±0.38	0.021	26.3	22	±0.51	0.019
17.7	16	±0.40	0.023	30.0	24	±0.61	0.020
18.2	24	±0.32	0.018	31.4	22	±0.45	0.014
20.5	34	±0.36	0.018	32.7	17	±0.58	0.018
20.7	21	±0.37	0.018	33.6	19	±0.74	0.022
21.0	22	±0.48	0.023	33.8	24	±0.50	0.015
22.0	17	±0.32	0.015	34.8	15	±0.73	0.021
22.2	33	±0.45	0.020	36.3	30	±0.51	0.014
22.2	19	±0.37	0.017	36.5	13	±0.57	0.016
22.5	8	±0.36	0.016	37.2	21	±0.48	0.013
23.3	14	±0.53	0.023	44.1	14	±0.61	0.014

表 6-2 中 p 的数值变化于 0.013 与 0.023 之间, 平均值为 0.018, 可以说与表 6-1 较短边长的结果, 基本上是一致的。另外, 由表 6-2 也看不出 p 随 s 而变化的明显规律。

由以上两项统计的结果 可以认为

$$m = ps$$

的关系基本上是正确的。作为平均的数值, 可以认为 $p=0.02$, 即

$$m_{(米)} = \pm 0.02s_{(公里)} \quad (6-1)$$

可以作为三角高程测量平均精度与边长的关系公式。

但是,考虑到三角高程的精度,在不同类型的地区和不同的观测条件,可能有较大的差异。在规定各项限差和设计高程起算点的密度时,必须从最不利的观测条件来考虑,而不能仅从平均条件来考虑。从以上两项统计的结果,最大的 p 值为 0.023,因此,为了留有余地,取 p 为 0.025 作为最不利条件下的系数是比较恰当的,即按

$$m_{(米)} = \pm 0.25s_{(公里)} \quad (6-2)$$

作为规定限差和设计高程起算点密度的基本公式。

顺便指出,这个关系式是与原《细则》规定的图形闭合差限值相适应的。不过原《细则》中对于 10 公里以下边长一律按 10 公里计算,根据以上统计资料,我们认为是不必要的。式(6-2)可以适应三角高程测量各等级的边长,而不必加以限制。

最后还要指出,这次统计,由于时间关系,数据不够多,做得也不够细致,没有按不同地理条件和观测条件作分类统计。虽然最后采用公式(6-2)作为规定限差和设计高程起算点密度的基本公式,估计不会有什么问题,但还希望有关的计算和研究部门能够进一步做些更为广泛的统计和分析,使我们对于三角高程测量的精度,以及影响精度的各种因素,能够有更加详尽的了解。

以上是对本章各项规定的总的说明。以下按条文次序再作一些具体说明。

第 96 条,用四等支线水准联测大地点高程时,对支线的长度作了规定。这主要是为了保证高程起算点的高程有足够的精度控制三角高程网。

四等三角高程平均边长为 5 公里,按三角高程精度的平均关系公式,每边高差测定中误差约为 $0.02 \times 5 = \pm 0.10$ 米。经过三角高程网平差后,每边中误差还要减少 $1/3$ 以上,即每边高差

中误差一般不大于 ± 0.066 米。考虑到起算高程中误差不大于它的 $1/3$,即 ± 0.022 米。所以,用四等水准联测大地点时,为使其往返高差中数的中误差 $0.005\sqrt{L_{\text{公里}}}$ (米) < 0.022 (米),故规定水准联测路线不得超过20公里是完全必要的。当用三等水准联测时,同样为使其往返高差中数的中误差 $0.003\sqrt{L_{\text{公里}}}$ (米) < 0.022 (米),则 $L < 50$ 公里,即规定水准联测路线不得超过50公里。事实上,当四等三角点边长较短时,联测水准路线的长度还应当尽量短些。

更重要的是必须防止单程双线观测时的粗差,这在过去成果中是常有发现的。因此规定必须在野外每站上比较双线所测高差,以消灭粗差于现场。

第97条,用水联点方法联测大地点的高程。水联点至大地点的高差是用三角高程测量方法测定的,它的精度远不如水准测量。特别在用辅助基线解析法测距时,高差的误差主要决定于解析测距的精度,高差越大,其精度越低。为了保证高程起算点的精度,本条规定在使用水联点方法联测高程时,测定水联点至大地点的水平距离,一般以使用三角交会法(在三角测量时)或微波测距仪(在精密导线测量时)为宜。只有在不得已的情况下,作为一等三角高程控制时,才允许使用辅助基线解析求距法。

用三角交会法测定水联点至三角点的距离时,实际上是把水联点包括在三角高程网内,把它作为一个高程起算点进行平差。所以这时要求水联点至各三角点的距离须在相应等级三角边长规定范围以内。

用电磁波测距仪直接测定水联点至导线点的距离时。测定水联点与导线点的高差,主要误差为一般三角高程的误差。当水联点至导线点的距离在4公里以内时,高差中误差不至超过

±0.1 米, 足以控制一、二等导线点的高程。

如果使用辅助基线解析法求距, 则高差不仅受一般三角高程测量的误差影响, 而在很大程度上受解析求距的误差影响。当限制水联点至大地点的距离不超过 2 公里时, 三角高程受垂直角误差、大气折光误差、量测仪器高和标高误差的影响, 按三角高程精度估算公式, 可望不超过 ±0.05 米, 但受求距误差的影响则远较此数为大。

根据三角高程的概略公式 $h = Dtga$, 可以写出求距中误差 m_D 对高差的中误差影响 $m_{h(D)}$ 为

$$\frac{m_{h(D)}}{h} = \frac{m_D}{D} \quad (6-3)$$

图(6-1)为解析法求距的图形。b 为辅助基线的长度。β, γ 为两个求距角。由图可见, 解析求距的误差关系如下式所示

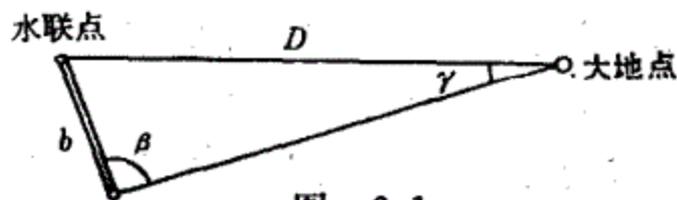


图 6-1

$$\left(\frac{m_D}{D}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(c_\beta \frac{m_\beta}{\rho''}\right)^2 + \left(c_\gamma \frac{m_\gamma}{\rho''}\right)^2 \quad (6-4)$$

式中 c_β 和 c_γ 为两个求距角 β 和 γ 的余切。一般基线的布置须使 β 角近于 90° , 其余切很小。即使当 $\beta = 55^\circ$ 时, $c_\beta = 0.7$, 如 $m_\beta = \pm 3''$, 式(6-4)中的第二项仅有 $\left(\frac{1}{100,000}\right)^2$, 可以不计, 所以主要误差为第一、三两项。

辅助基线长度的测定, 在精细操作时, 往返测中数的中误差可以达到

$$\frac{m_b}{b} = \frac{1}{3000} \quad (6-5)$$

当规定 $b \geq \frac{D}{20}$ 时, $c_v \leq 20$, $m_b = \pm 3''$, 于是第三项

$$c_v \frac{m_b}{\rho''} \leq \frac{1}{3400} \quad (6-6)$$

将式(6-5)、(6-6)代入式(6-4), 得

$$\frac{m_D}{D} \leq \frac{1}{2260}$$

这是一次解析求距的中误差。因此, 按两条辅助基线分别解析求距的结果, 其互差应不大于

$$\frac{2\sqrt{2}}{2260} \approx \frac{1}{800}$$

两次解析求距中数的中误差为

$$\frac{m_D}{D} \leq \frac{1}{3200}$$

一等三角或一、二等导线的平均边长设为 20 公里, 三角高程的中误差为 $0.025 \times 20 = \pm 0.5$ 米。作为它的高程起算点, 应当要求 $m_{h(D)}$ 小于它的 $1/4$, 即小于 ± 0.125 米。

将以上的 $\frac{m_D}{D}$ 值和 $m_{h(D)}$ 值代入式(6-3), 可见高差 h 必须满足下式:

$$h \leq 3200 \times 0.125 = 400 \text{ 米。}$$

这就是规定高差不得超过 400 米的原因。如果顾及一般三角高程测定高差的中误差 ± 0.05 米, 则用水联点联测高程的总中误差最大可达到 ± 0.135 米。显然, 这种精度只能作为一等三角高程的控制, 而不足以控制二、三、四等三角高程网。

第 98 条, 三角高程测量的精度, 在很大程度上决定于大气折光的影响。为了进一步探索大气折光的变化规律, 合理地规定垂直角的观测时间, 在本《规范》试行中, 曾由有关单位在甲区

和乙区进行了专题实验。根据实验结果,以时间为横坐标,取各条边同时间段所测定 c 值的中数为纵坐标,现将自日出后到日落前 c 值变化情况显示如图:

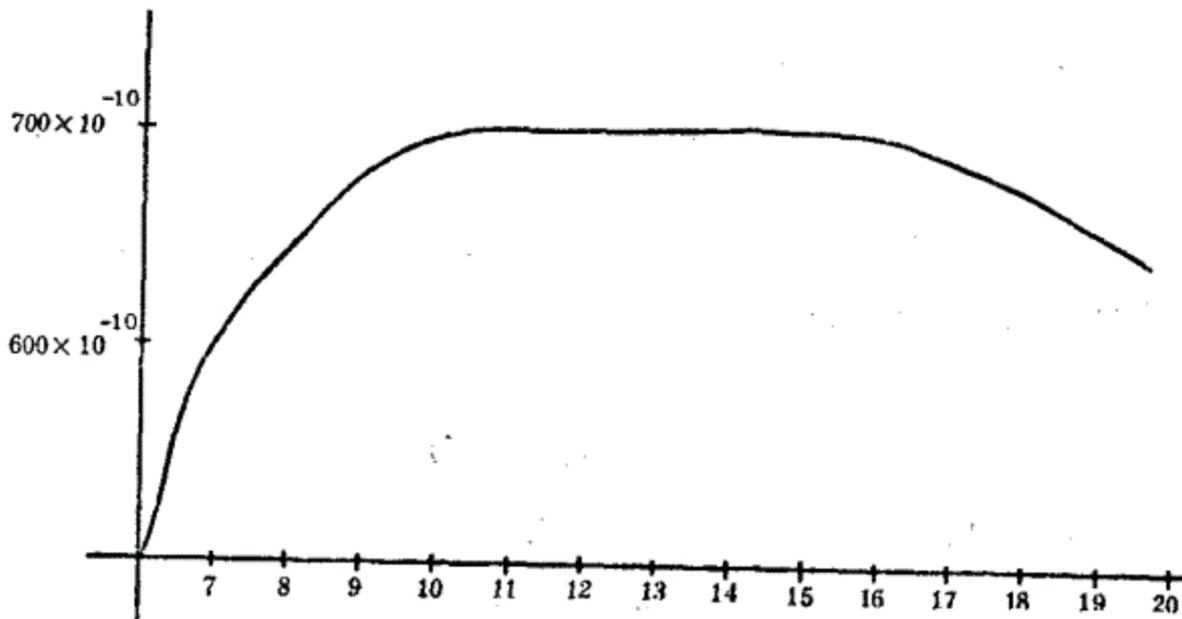


图 6-2

由图可以看出:日出后至 10 时 c 值变化剧烈,16 时后渐变,仍往上午方向回转,但下午不如上午变化剧烈,曲线对称轴偏向下午,约在 13 至 14 时之间,一般来说大气折光只有在中午附近地方时 10 至 16 时之间才最稳定。如果对向观测都在这个时间段内观测,则由对向观测求得的高差中数,可以在很大程度上消除大气折光误差的影响,对成果精度最为有利。所以虽然中午附近,望远镜内成象有时呈现上下跳动现象,只要跳动幅度很小而且稳定,照准其中间部位,也能获得良好成果。但夏日晴天,在缺少植被的干燥地区,由于大气温度变化剧烈,地面上冷热空气对流引起成象强烈而不规则跳动,以至无法观测,这时只有放宽观测时间段,在稍早或稍晚的时间内观测。

顺便说明,本规范中都用垂直角,而未用天顶距这个名称。由于垂直角正负号易于读、记错误,所以大地测量经纬仪的垂直

度盘都按天顶距刻划度数，但实际计算则仍用垂直角，比较方便。为了便于理解和统一起见，本规范一律改用垂直角。而垂直角和指标差的观测限差不分仪器类型作了统一规定：垂直角互差不得大于 $10''$ ；指标差互差不得大于 $15''$ 。

第 103 条，在量取觇标和仪器水平轴高度时，有时带有粗差，直到计算时才能发现。为了防止这种粗差，本条改为使用两面刻度单位不同的钢卷尺量测，由于单位不同，经过化算才能比较，可以避免粗差。如未配备两面刻度不同的钢卷尺，两次量测时也应用不同的尺段，以防止粗差。

对于量高限差，原规定为两次结果之差不得超过 10 厘米。实际量测时如注意把尺拉紧放直，完全可以达到两次相差 5 厘米以内。为了提高三角高程的精度，充分发挥其作用，本规范将此项规定改为 5 厘米。

第 104 条，对向高差互差限值的规定根据如下：根据式 (6-2)，对向高差中数的中误差为

$$m_{(米)} = \pm 0.025s_{(公里)}$$

因此单向高差的中误差为 $\sqrt{2}m$ ，而对向高差互差的中误差为 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}m = 2m$ ，所以规定其限差为

$$d_{限(米)} = 4m = 0.1s_{(公里)}$$

这项规定与原《细则》对二、三、四等的规定相同，即每 10 公里不得超过 1 米。但原《细则》对一等的规定，不论边长多大，都不得超过 5 米，不大合理；按本条规定，对一等的限差也要按边长计算，较为合理。

其次，关于闭合图形的高差之和，以及高程起算点间的闭合差，按式 (6-2) 计算其中误差时，都应为

$$m_{\Delta} = 0.025\sqrt{[s^2_{(公里)}]}$$

$[s^2_{(公里)}]$ 为参与计算的各边边长公里数的平方和。按中误差二倍计算限差, 得

$$\Delta_{限} = 0.05\sqrt{[s^2_{(公里)}]}(\text{米})$$

原《细则》的相应限差公式, 对 10 公里以上边长, 与本式相同, 但对小于 10 公里的边长, 一律按 10 公里计算, 显然不妥。本条规定, 不论边长多大, 一律按上式计算。

第七章 精密导线测量

对于精密导线测量过去有过一些规定, 经过十余年来的实践, 又积累了不少宝贵经验, 为作出更恰当规定创造了条件。本章就是在此基础上编写的。是否能完全适合特殊困难地区的各种不同情况, 还有待进一步考验。

过去对于精密导线的布设, 规定有旁点和辅助导线等方法。旁点主要是用以检查测距的粗差, 但在特殊困难地区, 缺少适于精确照准的明显地面目标, 所以很难实现。若为此专设觇标, 则增加很大工作量, 失去精密导线测量可以迅速前进的优点。所以在本规范中取消了这项规定。

至于辅助导线, 原意是为了在导线边不易直接测定时, 利用它来推算导线边长。现在用电磁波测距方法测定边长时, 一般都是直接测定导线边长, 没有必要利用辅助导线测量的方法, 所以也取消了。至于有时沿导线边的地形剖面不利于电磁波测距, 为了避开不利地形, 可以在导线边的一侧选一中间点, 分段测距, 这在第 113 条中另有规定。

除此以外, 对精密导线测量的各项规定, 按条文顺序说明如

下:

第 106 条, 关于一、二等精密导线节的布设和精度估算方面, 有以下几点应予说明:

1. 关于拉普拉斯方位角的间隔和导线节边数的规定:

精密导线结构不如三角锁段强固, 方位角推算的误差积累较快, 因此不能按三角锁段每隔 200 公里左右测定一对拉普拉斯点, 而规定为每隔 100~150 公里测定一对拉普拉斯点。同时方位角推算误差随边数而增加, 因此又限制每一导线节的边数不得超过 7 条。目的都在于减少方位角误差的积累, 减小导线节的横向误差。

2. 关于一、二等导线节的纵横向中误差。

当导线节两端有拉普拉斯方位角控制时, 导线节纵向中误差 t 和横向中误差 u 的估算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} t^2 &= \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 [(\Delta\xi')^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [\eta'^2] + \lambda^2 L^2 \\ u^2 &= \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 [(\Delta\eta')^2] + \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [\xi'^2] \end{aligned} \right\} \quad (7-1)$$

式中 $\frac{m_s}{s}$ 为导线边的测距相对中误差; m_β 为导线折角的测角中误差; ξ' , η' 为导线节各导线点的重心坐标, 即以导线节所有导线点的重心为原点, ξ' 轴平行于导线节的闭合边, η' 轴垂直于闭合边; $\Delta\xi'$ 和 $\Delta\eta'$ 分别为各导线边的重心坐标 ξ' 和 η' 的增量。 λ 为测距每公里的系统中误差, L 为导线闭合边之长。

根据第 107 条、第 110 条对于一、二等导线节边数、边长和直伸形状的规定, 可以试算得出 $[\xi'^2]$, $[\eta'^2]$, $[(\Delta\xi')^2]$, $[(\Delta\eta')^2]$ 的最大可能值接近于以下数值:

$$[\xi'^2] = L^2, \quad [\eta'^2] = \frac{1}{10} L^2, \quad (7-2)$$

$$[(\Delta\xi')^2] = \frac{1}{4}L^2, \quad [(\Delta\eta')^2] = \frac{1}{10}L^2,$$

将以上最大数值代入纵横向中误差公式(7-1), 就可以得出一个导线节纵横向中误差可以达到的最大数值:

$$\left. \begin{aligned} t &= L_{(\text{千公里})} \sqrt{2.35m_{\beta}^2 + \frac{1}{4}a^2 + \lambda^2 \cdot 10^{12}} \\ u &= L_{(\text{千公里})} \sqrt{23.5m_{\beta}^2 + \frac{1}{10}a^2} \end{aligned} \right\} \quad (7-3)$$

式中 $L_{(\text{千公里})}$ 为以千公里为单位的导线节长, $a = \frac{m_s}{s} \cdot 10^6$ 为以百万分之一为单位表示的导线边长的测距相对中误差。例如一等精密导线规定 $\frac{m_s}{s} = 1:25 \text{ 万} = 4:100 \text{ 万}$, 故 $a=4$, 二等精密导线 $a=5$ 。 t, u 单位均为米。 λ 对于电磁波测距的边可假定为 $2 \cdot 10^{-6}$, 包括光速值的误差和频率误差等。

令一、二等导线节长均为 150 公里, 即 $L_{(\text{千公里})}$ 为 0.15, 一等 $m_{\beta} = \pm 0''.7$, 二等 $m_{\beta} = \pm 1''.0$, 计算得出纵横向中误差如下:

$$\left. \begin{aligned} \text{一等:} \quad & t = \pm 0.455 \text{ 米}, \quad t/L = 1:33 \text{ 万} \\ & u = \pm 0.558 \text{ 米}, \quad u/L = 1:26.9 \text{ 万} \\ \text{二等:} \quad & t = \pm 0.536 \text{ 米}, \quad t/L = 1:28 \text{ 万} \\ & u = \pm 0.786 \text{ 米}, \quad u/L = 1:19.1 \text{ 万} \end{aligned} \right\} \quad (7-4)$$

为了和一等三角锁段的纵横向中误差进行比较, 须注意到 4 个 150 公里长的导线节相当于 3 个 200 公里长的三角锁。《大地测量法式》说明中给出 200 公里长的一等三角锁段的纵横向中误差约为

$$t^{(\equiv)} = \pm 0.73 \text{ 米}, \quad u^{(\equiv)} = \pm 0.59 \text{ 米} \quad (7-5)$$

乘以 $\sqrt{3}$ 后, 得 600 公里锁段的 t 和 u 值如下:

$$t_{(600)}^{(\equiv)} = \pm 1.27 \text{ 米}, u_{(600)}^{(\equiv)} = \pm 1.02 \text{ 米}$$

同样总长的 4 条一等导线节则有

$$t_{(600)}^{(\neq)} = \pm 0.91 \text{ 米}, u_{(600)}^{(\neq)} = \pm 1.12 \text{ 米}$$

由以上比较可见,按本规范规定布设的一等导线的纵横向中误差,基本上与一等三角锁相当。估算得出的纵向中误差虽然较小,但要考虑到电磁波测距的精度,随地区地形条件的不同,可以有较大的差别。地面反射影响、气象数据代表误差的影响等,在某些地形条件不利的地区,可能达到较大数值。必须特别注意选择较有利的地形,采取措施避免过大的地面反射误差等,才能达到一等精密导线所要求的精度。

另外一方面,导线测角中的系统误差影响,一般缺少图形闭合差的检验和平差,容易在导线节中积累。从以上估算结果也可看出,导线节的横向误差总是比纵向误差为大,因此应当特别注意在观测中尽量消除测角的系统误差。规范中规定一、二等导线的测角测回数,比相应等级的三角测量测回数为多,就是为了这个缘故。

第 109 条,对于一、二等导线直伸形状的规定,过去有三条规定:

1. 导线点至导线闭合边的垂距 η 须小于闭合边长 L 的 $1/5$;
2. 任一导线边与导线闭合边的交角应小于 40° ;
3. 导线节的曲折系数

$$q = \sqrt{\frac{[\eta'^2]}{L}} \leq \frac{1}{3}$$

经过试算,一个导线节在规定的边数和边长范围内,只要满足 1、2 两项规定,则第 3 项规定即自动满足,而且 q 经常小于 $1/4$ 。为此,本规范中取消了第三项规定,因为这一规定只有在

导线点完全选定之后才能验算，而前两项规定在选点时即能掌握。

第 110 条，关于三、四等附和导线的精度估计的说明。

附和导线是作为一、二等导线网的进一步加密。对附和导线不作直伸形状的要求，但在布设时，仍以尽可能使之直伸为好。下面对两种极端类型作精度估计：一为等边直伸，一为在中间有 90° 的转折，但每一半仍为等边直伸，简称为“ 90° 转折导线”。对每一类型，又在规定全长限值的情况下，分为导线边数 n 为 10 和 20 两种情况，估算附和导线中间最弱点 K 的纵向和横向中误差 t_K 和 u_K 。估算时利用等边直伸导线的近似公式：

$$\left. \begin{aligned} t_K &= \pm \frac{1}{2} m_s \sqrt{n} \\ u_K &= \pm \frac{m_\beta}{\rho} L \sqrt{\frac{n+3}{192}} \end{aligned} \right\} \quad (7-6)$$

结果列为表 7-1。

表 7-1

等级	导线全长	导线类型		边数	
				$n=20$ (米)	$n=10$ (米)
三等	$L=200$ 公里	等边直伸导线	t_K	± 0.15	± 0.21
			u_K	± 0.60	± 0.46
		90° 转折导线	$t_K = u_K$	± 0.68	± 0.58
四等	$L=150$ 公里	等边直伸导线	t_K	± 0.17	± 0.24
			u_K	± 0.63	± 0.47
		90° 转折导线	$t_K = u_K$	± 0.70	± 0.60

由以上估算结果可以看出：等边直伸附和导线的纵向中误差特别小，这主要是由于测距的系统误差，因坐标闭合得到分配

改正而在估算公式(7-6)中不再考虑的缘故。其次可以看出:边数 n 由 10 增至 20, 使横向中误差增加约 20%。此外,“90°转折导线”(非直伸导线的近于极限情况)较等边直伸导线的横向中误差增大约 10%。

由此可以得出结论: 附和导线以尽量布成近于直伸形状最为有利; 在规定全长限度以内, 应尽可能采用长边, 使边数减少。

按以上估算结果可以认为, 按本规范布设的三、四等附和导线, 经过方位角和坐标闭合条件平差后, 其最弱点相对于两端点的坐标中误差一般可望不超过 ± 1 米。考虑到附和导线最后互相交叉发展成网状时, 这项坐标中误差还会减小。

第 111 条, 对于导线边两端高差限值的公式说明如下:

将导线边测得的斜距化为水平距离时, 改正数的主项为

$$C = -\frac{h^2}{2s}$$

s 为边长, h 为高差。据此可以写出高差中误差对改正数的误差影响为

$$m_c = \frac{h}{s} m_h$$

如果要求化算时改正数的中误差不超过规定测距中误差的 $1/n$, 规定测距中误差用百万分之一表示为 $a \cdot 10^{-6}$, 即

$$\frac{m_c}{s} \leq \frac{1}{n} \frac{m_s}{s} = \frac{1}{n} a \cdot 10^{-6}$$

或

$$m_c = \frac{h}{s} m_h \leq \frac{1}{n} a \cdot 10^{-6} s$$

由此得

$$h \leq \frac{a}{n \cdot m_h} s^2 \cdot 10^{-6} \quad (7-7)$$

将三角高程精度的经验公式

$$m_h = \pm 0.025s_{\text{公里}}$$

代入, 取 $n=4$, h 以米为单位, $s_{\text{公里}} = 10^{-3} \cdot s$, 则可得

$$h \leq 10as_{\text{公里}} \quad (7-8)$$

a 根据各等级导线测距精度要求而定, 即

一等:	$a=4,$	$h \leq 40s_{\text{公里}}$
二等:	$a=5,$	$h \leq 50s_{\text{公里}}$
三等:	$a=6.7,$	$h \leq 67s_{\text{公里}}$
四等:	$a=10,$	$h \leq 100s_{\text{公里}}$

第 112 条着重说明以下两点:

1. 导线边偏心测距时归心元素测定的精度。

导线边边长归心改正的公式为

$$\Delta D = -e \cos \theta + \frac{e^2 \sin^2 \theta}{2D} + \frac{e^3 \cos \theta \sin^2 \theta}{2D^2} \quad (7-9)$$

其中主项为 $e \cos \theta$, 其它两项数值很小, 在求 e 和 θ 的测定精度时, 可以忽略不计。由此可以得出

$$m_{\Delta D}^2 = (\cos \theta m_e)^2 + \left(e \sin \theta \frac{m_\theta}{\rho} \right)^2$$

当 $m_e = \frac{e}{\rho} m_\theta = m_{\Delta D}$ (7-10)

时, 上式总是可以满足。设规定

$$m_{\Delta D} \leq \frac{m_D}{5} = \frac{aD}{5 \cdot 10^6}$$

即距离归心改正的中误差 $m_{\Delta D}$ 应小于测距中误差 m_D 的 $1/5$, 式中 $a = \frac{m_D}{D} \cdot 10^6$ 。命 D 的单位为公里, $m_{\Delta D}$ 的单位为毫米, 上式

又可写为

$$m_{\Delta D}(\text{毫米}) \leq \frac{aD_{\text{公里}}}{5} \quad (7-11)$$

以一等最短边长 $D=10$ 公里, $a=4$ 计, 可得

$$m_{\Delta D} \leq 8 \text{ 毫米}$$

代入式(7-11)得

$$m_e \leq 8 \text{ 毫米} \quad (7-12)$$

$$m_\theta \leq \frac{57.3}{e} \times 0.008 = \frac{0.46}{e} \quad (7-13)$$

上式 e 的单位为米, m_θ 的单位为度。

根据式(7-12), 偏心距 e 的测量精度须使两次测定的互差不大于 4×8 毫米 = 32 毫米, 规定为互差不得大于 2 厘米, 因在测定偏心距时, 可能存在系统误差, 不反映在两次测定的互差中。

用电磁波测距测定导线边长, 有时为了避开地面反射影响, 必须在较大偏心处设站观测。设最大偏心距 e 为 100 米, 根据式(7-13), $m_\theta \leq 0.46 \times 36'' = 17''$, 故规定偏心角读至 $10''$ 。

测距偏心改正的计算, 一般是改正斜距, 计算方法见第八章第一款的说明。

2. 关于导线边设立中间点分段测距问题。

导线边设立中间点与起始边设立中间点不同, 一般不是由于测距仪测程不够, 而是由于导线边地形剖面不利于电磁波测距, 不能获得满意结果。此时设立中间点, 为避开不利地形, 其位置有时不可能靠近导线边很近, 因此两测距分段与导线边的交角有时要大些。为了保证推算导线边长的精度, 要求用同等级精度观测导线边端点和中间点所构成的三角形的三个水平角, 并进行图形平差。设本等级规定的测角中误差为 m , 经过图形平差后, 每个角度的中误差可降低为 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 倍, 即

$$m_a = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot m$$

设分段测距一段的长度为 s'_1 , 投影至导线边的长度为

$$s_1 = s'_1 \cos \alpha$$

s_1 受 α 角误差的影响, 亦即由一测段长度投影而产生的中误差可写为

$$m_{s_1(\alpha)} = s'_1 \sin \alpha \frac{m_\alpha}{\rho} = \sqrt{\frac{2}{3}} s_1 \operatorname{tg} \alpha \frac{m}{\rho} \quad (7-14)$$

假定两分段测距的长度相等, 其投影至导线边的长度均为 $s_1 = s_2 = \frac{s}{2}$, s 为整个导线边的边长。于是对整个导线边长 s 而言, 由两分段测距投影而产生的相对中误差将为

$$\frac{m_{s(a)}}{s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_{s_1(a)}}{s_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha \frac{m}{\rho}$$

设命此项由测距投影而产生的中误差不大于规定测距中误差的 $1/3$, 即

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha \frac{m}{\rho} \leq \frac{1}{3} \frac{m_s}{s} \left(= \frac{a}{3} 10^{-6} \right)$$

$a = \frac{m_s}{s} 10^6$ 为规定测距相对中误差的百万分数。上式又可写成

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \frac{\rho \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3}} \frac{a}{m}$$

对于不同等级导线, $\frac{a}{m}$ 值略有不同。一等 $\frac{a}{m} = \frac{4}{0.7} = 5.7$; 二等

$\frac{a}{m} = \frac{5}{1.0} = 5.0$; 三等 $\frac{a}{m} = \frac{6.7}{1.8} = 3.7$; 四等 $\frac{a}{m} = \frac{10}{2.5} = 4.0$ 。我们取

$\frac{a}{m} = 5$, 于是得

$$\operatorname{tg} \alpha \leq 0.595$$

或

$$\alpha \leq 30^\circ 45'$$

规定 α 须小于 30° 。

如果遇到 α 大于 30° 的情况，必须对由导线边与两个分段测距边所构成的三角形进行边、角平差，以求得导线边的边长。所谓边、角平差，即由三角形图形条件与两分段测距边的边长条件共同平差。此时可以推导出导线边长的权倒数公式为

$$\frac{1}{P_s} = \frac{s^2 (c_1^2 + c_3^2) - \frac{s^2}{3} (c_3 - c_1)^2}{\left\{ -sc_1^2 - \frac{s}{3} (c_1 - c_2)(c_3 - c_1) \right\}^2} \cdot \frac{1}{c_1^2 + c_2^2 - \frac{1}{3} (c_1 - c_2)^2}$$

式中 c 代表余切，即

$$c_1 = \operatorname{ctg} \alpha_1, \quad c_2 = \operatorname{ctg} \alpha_2, \quad c_3 = \operatorname{ctg} \alpha_3$$

α_1 、 α_2 分别为与两分段测距边相对的顶角， α_3 为与导线边相对的顶角。为简化起见，假定为等腰三角形，于是 $c_1 = c_2$ ，上式可化为

$$\frac{1}{P_s} = \frac{s^2}{6} (c_1^2 + 4c_3^2 + 4c_1c_3)$$

由 $\alpha_3 = 180^\circ - 2\alpha_1$ 的关系，也可将上式化简为

$$\frac{1}{P_s} = \frac{s^2}{6c_1^2}$$

由此可得出由于水平角观测误差而引起推算导线边长的相对中误差为

$$\frac{m_{s(a)}}{s} = \frac{m}{\sqrt{6} c_1 \rho} = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{m}{\rho} \operatorname{tg} \alpha_1 \quad (7-15)$$

同前一样，要求

$$\frac{m_{s(a)}}{s} \leq \frac{1}{3} \frac{m_s}{s} = \frac{1}{3} a \cdot 10^{-6}$$

即可得

$$\operatorname{tg} \alpha_1 \leq \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{a}{m} \rho \cdot 10^{-6}$$

仍取 $\frac{a}{m} = 5$, 即得

$$\operatorname{tga}_1 \leq 0.841$$

或

$$\alpha_1 \leq 40^\circ$$

所以即使按边、角条件平差, 分段测距边与导线边的交角也不得大于 40° 。

这里顺便指出, 由分段测距的两个边长推算导线边长时, 应首先将直接测得的斜边距离化算为球面上的水平距离, 然后根据观测的水平角推求导线边在球面上的水平边长。如果由直接测得的斜距求导线边的斜距, 由于此时三角形是在一个斜面上, 必须将水平角首先化为斜面上的角度 (参考第八章第一款的说明), 否则当三点高差较大时, 可能引起较大的误差。

第 113 条, 关于一、二等导线中用水准联测高程起算点的密度规定。

设用水准联测的两相邻高程起算点 (下图的 A 、 B 两点) 间只有 N 条导线边, 每一边用三角高程测定的高差中误差为 m , 则在两高程起算点中间最弱点 M 的高程中误差可用

$$m_M = \frac{m}{2} \sqrt{N} \quad (7-16)$$

表示。

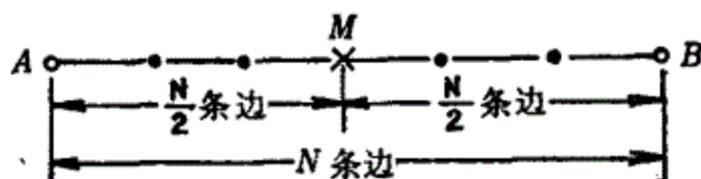


图 7-1

按一、二等导线最大允许边长 $s = 30$ 公里估算, 根据经验公式, 得

$$m = \pm 0.025 s_{\text{公里}} = \pm 0.75 \text{ 米}$$

设 $N=4$, 即水准联测高程点之间隔为 $4 \times 30 = 120$ 公里, 代入式(7-12), 得

$$m_M = \frac{m}{2} \sqrt{4} = \pm 0.75 \text{ 米}$$

这是最弱点高程中误差的极限值。当平均边长较短时, 一般低于这个数值。

在必要时, 也允许间隔边数超过 4 条, 但两高程起算点间的导线全长不得超过 120 公里。设 $N=6$, $s=20$ 公里, 则可得

$$m_M = \frac{0.025 \times 20}{2} \sqrt{6} = \pm 0.61 \text{ 米}$$

所以按本条规定的一、二等导线用水准联测高程起算点的密度, 总可保证一、二等导线任一导线点的高程中误差不超过 ± 0.75 米。

关于三、四等附和导线, 规定其起点和终点须用水准联测, 中间点都可不用水准联测。设三等附和导线全长为 200 公里 (最大允许值), 按三等最大允许边长 $s=20$ 公里估算, 此时 $m = \pm 0.5$ 米, $N=10$, 于是得中间最弱点的高程中误差为

$$m_M = \frac{0.5}{2} \sqrt{10} = \pm 0.79 \text{ 米}$$

四等附和导线允许全长为 150 公里, 允许最大边长为 15 公里, $N=10$, 由此得

$$m_M = \frac{0.025 \times 15}{2} \sqrt{10} = \pm 0.59 \text{ 米}$$

由以上估算结果可见, 按本条规定联测导线点的高程, 在最不利的情况下, 任一导线点的高程精度都可以保证作为测图等高距不小于 10 米的高程控制, 即任一导线点的高程中误差都不至超过 ± 1 米。

第 117 条, 导线折角观测, 左角和右角分别取中数后, 其和

与 360° 之差, 属于测站平差的条件闭合差, 因此对于它的限值, 应从各等级测角由测站平差所得的角度中误差来考虑。就三角测量一般情况来讲, 如按三角形闭合差求得的角度中误差为 m , 则测站平差所得的角度中误差 $m_{\text{站}}$, 大约为 $\frac{1}{2}m$ 或更小。

设一测站上观测折角 n 个测回所得的测站平差角度中误差为 $m_{\text{站}}$, 则左、右角各测 $\frac{n}{2}$ 个测回, 它们的中误差将各为 $\sqrt{2}m_{\text{站}}$ 。由左、右角之和与 360° 之差所求得的闭合差中误差, 也就是这个闭合差的均方值 $\Delta_{\text{均}}$ 应为

$$\Delta_{\text{均}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot m_{\text{站}} = 2m_{\text{站}} \quad (7-17)$$

如按 $\Delta_{\text{均}}$ 的二倍规定其限值, 即得

$$\Delta_{\text{限}} = 2\Delta_{\text{均}} = 4m_{\text{站}}$$

按上述, 命 $m_{\text{站}} = \frac{1}{2}m$, m 为规定的测角中误差, 则又可写为

$$\Delta_{\text{限}} = 2m \quad (7-18)$$

本条规定的闭合差限值就是据此算出的。

根据近几年实测一、二等导线的结果统计:

一等导线节 17 节, 共计 96 个导线点, 统计得

$$\Delta_{\text{均}} = \pm 0''.45$$

$$\Delta_{\text{最大}} = +1''.39$$

二等导线 11 节, 共计 73 个导线点, 统计得

$$\Delta_{\text{均}} = \pm 0''.70$$

$$\Delta_{\text{最大}} = -1''.74$$

全部符合式(7-18) $\Delta_{\text{限}}$ 的规定。但 $\Delta_{\text{最大}}$ 均超过 $2\Delta_{\text{均}}$, 而接近 $3\Delta_{\text{均}}$ 。

如按 $\Delta_{\text{均}} = 2m_{\text{站}}$ 计算, 则一、二等导线的 $m_{\text{站}}$ 均不到 $\frac{1}{2}m$, 而接近

$$\frac{1}{3}m。$$

所以从实测结果来看,本条规定也可解释为

$$\left. \begin{aligned} m_{\text{站}} &= \frac{1}{3}m, \\ \Delta_{\text{均}} &= 2m_{\text{站}}, \\ \Delta_{\text{限}} &= 3\Delta_{\text{均}}. \end{aligned} \right\} \quad (7-19)$$

以上统计的一、二等导线节,大部分位于通视良好的开阔地区,测角精度较好。为了验证式(7-18)在地形条件不利、测角精度较差的地区是否适用,又检查了更早期一等导线测角精度一般不太好的导线点的测站平差结果。在全部 416 个一等导线点中,由测站平差求得的角度中误差 $m_{\text{站}}$ 在 $\pm 0''.25$ 以下的有 386 个点,占 93%,只有 6 个点的 $m_{\text{站}}$ 超过 $\pm 0''.3$,全部 $m_{\text{站}}$ 的均方值为 $\pm 0''.21$ 。由于当时水平角观测不是采取分测左、右角的方法,因此没有 $\Delta_{\text{均}}$ 的资料,但从上述 $\Delta_{\text{均}} = 2m_{\text{站}}$ 的关系来检查,可推出 $\Delta_{\text{均}} = \pm 0''.42$,与前面的统计值很接近。因此可以初步认为,在水平角观测条件不很好的地区,上述规定也是可以适用的。

三、四等导线还缺乏资料,没有进行统计,本条规定还有待于实测资料的验证。

第 118 条,关于对向垂直角之和的检查,其目的在于检查垂直角观测和量测觇标高度等是否有粗差。

在导线测量中,直接量得的导线边长是两导线点之间的斜距 D 。以斜距 D 为元素的单向三角高程计算公式,在本说明第八章第二款中有推导,其结果是

$$H_B - H_A = D \sin \alpha_{1.2} + \frac{1-k}{2R} D^2 \cos^2 \alpha_{1.2} \left(1 - \frac{H_B}{R} \right) \quad (7-20)$$

式中: D 为导线边两端点 AB 之间的斜距, $\alpha_{1.2}$ 为由测站 A 观测导线边另一端点 B 的垂直角。采用通常使用的符号 $c = \frac{1-k}{2R}$, 代入 $\cos^2 \alpha_{1.2} = 1 - \sin^2 \alpha_{1.2}$ 的关系,并加上测站上仪器水平轴

高度 i 和觇标高度 a 两个小改正, 式(7-20)可写成

$$H_B - H_A = D \sin \alpha_{1.2} + cD^2 \left(1 - \sin^2 \alpha_{1.2} - \frac{H_B}{R} \right) + i_1 - a_2 \quad (7-21)$$

同理, 由测站 B 观测 A 点的垂直角 $\alpha_{2.1}$ 所得的高差为

$$H_A - H_B = D \sin \alpha_{2.1} + cD^2 \left(1 - \sin^2 \alpha_{2.1} - \frac{H_A}{R} \right) + i_2 - a_1 \quad (7-22)$$

式(7-21)与式(7-22)相加, 得

$$0 = D(\sin \alpha_{1.2} + \sin \alpha_{2.1}) + 2cD^2 \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \alpha_{1.2} + \sin^2 \alpha_{2.1}}{2} - \frac{H_m}{R} \right\} + \{(i_1 + i_2) - (a_1 + a_2)\} \quad (7-23)$$

式中: $H_m = \frac{1}{2}(H_A + H_B)$ 为两测站的平均高程。

注意式中 $\alpha_{1.2}$ 和 $\alpha_{2.1}$ 均为小角, 可命

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{1.2} &= \alpha_{1.2}, & \sin \alpha_{2.1} &= \alpha_{2.1}, \\ \sin^2 \alpha_{1.2} &= 0, & \sin^2 \alpha_{2.1} &= 0, \end{aligned}$$

此外 $\frac{H_m}{R}$ 一项, 当 H_m 为 6000 米时, 也仅有 $\frac{1}{1000}$, 可以舍去。以上这些简化, 对于检查垂直角之和的影响, 当 D 为 25 公里, α 达到 $4^\circ \sim 5^\circ$ 时, 也不过 $3'' \sim 5''$ 。经过这样简化之后, 式(7-23)可写为

$$\alpha''_{1.2} + \alpha''_{2.1} = \frac{\rho''}{D} \{(a_1 + a_2) - (i_1 + i_2)\} - 2\rho'' cD \quad (7-24)$$

根据 D 、 c 、 a 、 i 等值按式(7-24)计算所得的 $(\alpha''_{1.2} + \alpha''_{2.1})_{\text{计}}$ 与实测的 $(\alpha''_{1.2} + \alpha''_{2.1})_{\text{测}}$ 比较, 如果 c 值中的折光系数采用的与实际情况完全符合, 二者应当相符在观测误差限度之内。否则其影响如下:

$$c = \frac{1-k}{2R}, \quad \Delta c = -\frac{\Delta k}{2R}$$

设 $\Delta k = \pm 0.02$, 则 $\Delta c = \pm 1.58 \times 10^{-9}$, 而

$$2\rho''\Delta c D = \pm 0.65 D_{\text{公里}}$$

即由于 k 值假定的误差可引起 $\pm 0.65 D_{\text{公里}}$ 的误差。再考虑到 α 、 i 、 a 等观测值的偶然误差, 和概略边长 D 的误差影响, 可以认为

$$(\alpha_{1.2} + \alpha_{2.1})''_{\text{测}} - (\alpha_{1.2} + \alpha_{2.1})''_{\text{计}} \leq 1.0 D_{\text{公里}}$$

是正常的。如超出这个范围, 可能是 Δc 较大, 也可能是 α 、 i 、 a 等观测值有粗差, 应进行检查。

这项规定只是为了检查观测值中是否有粗差, 并不作为限值规定。但如果观测值与按式(7-24)计算值之差大于 $1.0 D_{\text{公里}}$ 过多, 而又未查出观测值粗差, 应进行检测。

此外, 还要注意式(7-24)仅为近似公式, 计算的 $(\alpha_{1.2} + \alpha_{2.1})''$ 代数值总是偏小, 由于 $(\alpha_{1.2} + \alpha_{2.1})$ 一般为负值, 亦即负值偏大。在 $D=25$ 公里的情况下, 当 $\alpha=3^\circ$, 计算值的误差约可达到 $2''$ 左右, 而当 $\alpha=6^\circ$ 时, 该差可达到 $7''$ 左右。因此, 当 α 较大时, 在比较时应注意到此影响。

在导线测量中, 当导线边长尚未测定时, 导线点对向观测两个部位的垂直角的检查:

设由点 1 照准点 2 的觇标部位高差为 Δa_2 , 所得相应垂直角之差为 $\Delta \alpha_1''$, 显然有近似关系式:

$$\Delta a_2 = \Delta \alpha_1'' \cdot \frac{D_{1.2}}{\rho''}$$

同理, 设由点 2 照准点 1 的觇标部位高差为 Δa_1 , 所得相应垂直角之差为 $\Delta \alpha_2''$, 则有

$$\Delta a_1 = \Delta \alpha_2'' \cdot \frac{D_{1.2}}{\rho''}$$

由以上两式可得:

$$\frac{\Delta \alpha_1''}{\Delta \alpha_2''} = \frac{\Delta a_2}{\Delta a_1}$$

或
$$\Delta \alpha_1'' - \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \right) \Delta \alpha_2'' = 0$$

当观测有误差时, 将得

$$\Delta \alpha_1'' - \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \right) \Delta \alpha_2'' = \delta \quad (7-25)$$

现在计算 δ 的中误差 m_δ 与 α 的中误差 m_α 的关系。 $\Delta \alpha''$ 为两次垂直角观测之差, 其中误差显然应为 $\sqrt{2} \cdot m_\alpha$ 。故由式(7-25):

$$m_\delta^2 = 2m_\alpha^2 \left[1 + \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \right)^2 \right] \quad (7-26)$$

现在再估算 m_α 的概值。估算中误差, 可用单向观测高差的近似公式

$$h = \frac{\alpha''}{\rho''} D.$$

故单向观测高差的中误差可写为 $\frac{m_\alpha''}{\rho''} D$, 而对向观测高差中数的中误差为其 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 即

$$m_h = \frac{m_\alpha''}{\rho'' \sqrt{2}} D \quad (7-27)$$

另外一方面, 根据三角高程平均精度公式:

$$m_h = 0.02 D_{\text{公里}} = 2 \cdot 10^{-5} D \quad (7-28)$$

比较(7-27)与(7-28), 可见 m_α'' 的概值可用下式估算:

$$m_\alpha'' = \sqrt{2} \cdot \rho'' \cdot 2 \cdot 10^{-5} \approx \pm 5'' . 7$$

将此值代入式(7-26), 得

$$m_{\delta} = 8'' \left[1 + \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

以二倍中误差为限值, 得

$$\delta_{\text{限}} = 16'' \left[1 + \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta a_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7-29)$$

即按(7-25)计算的 δ 值不应超过上述限值, 作为检查。实际上 δ 中还包含有使用近似公式所引起的误差, 但为量很小。

第八章 验 算

一份观测成果的内部符合精度, 只能部分地反映出观测的质量。几何条件(图形条件、极条件、基线条件、方位角条件、坐标条件)的检查, 是衡量作业质量的主要标准。因此, 每完成一期作业后, 必须进行验算。

过去对外业验算工作要求不明确, 规格不统一。内业单位不了解外业实测情况, 在处理一些问题时, 容易产生错误。且目前内业均用电子计算机按坐标平差法解算成果, 不作几何条件的验算。所以, 今后对成果进行精度分析, 完全靠外业验算, 提供重要资料。为了明确要求, 统一规格, 在本规范中增加了验算的规定。

关于三角测量验算部分, 三角形闭合差、极条件自由项、基线条件自由项的计算、三角高程的验算均在球面上进行, 这样可以减少近似坐标及曲率改正计算工序, 加快工作的进程。方位角条件自由项的计算仍在高斯投影平面上进行。

关于精密导线的验算部分,对测距归心改正、三角高程验算和坐标闭合差几项规定分别说明如下:

一、关于起始边长和导线边长的测距归心改正问题。

用电磁波测距仪器偏心观测时,所测距离为偏心测站 E 至大地点 B 的斜距 D_e 。(见图 8-1)、进行测距归心改正时,须将 D_e 改正为起始边或导线边长的斜距 D 。

在测定归心元素时,所测偏心距为斜距 $e = AE$,但在偏心站 E 所测偏心角 $\theta' = \angle A'EB'$ 为水平角, E, A', B' 同在点 E 的水平面上。在改正斜距时,须将水平面上的 θ' 角改化为斜面上的 $\theta = \angle AEB$ 。

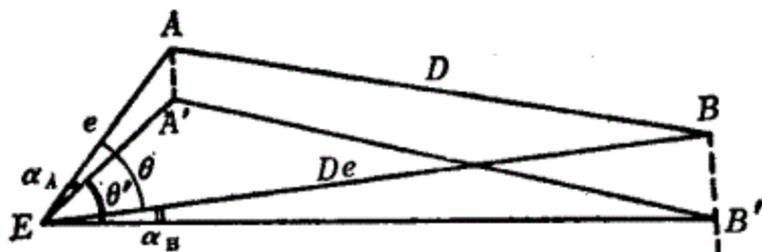


图 8-1

图 8-1 中, α_A 和 α_B 分别为由偏心站 E 至 A 和 B 的弦线的垂直角。设观测的垂直角分别为 α'_A 和 α'_B , 必须减去大气折光角 r_A 和 r_B , 才能求得弦线垂直角 α_A 和 α_B , 即

$$\begin{aligned} \alpha_A &= \alpha'_A - r_A, & r_A &= \frac{ke}{2R} \rho'' \\ \alpha_B &= \alpha'_B - r_B, & r_B &= \frac{kD_e}{2R} \rho'' \end{aligned} \quad (8-1)$$

以上各式中, k 为大气折光系数, R 为地球平均曲率半径。由于 e 一般很小, 即使在导线边偏心设站测距时, e 也不超过 100 米, $r_A \approx 0$, 可不计算。

为了将 θ' 角改化为 θ 角, 须利用球面三角公式, 如图 8-2 所示。以 E 为中心作单位球, EZ 为天顶方向, EA 和 EB 分别为由

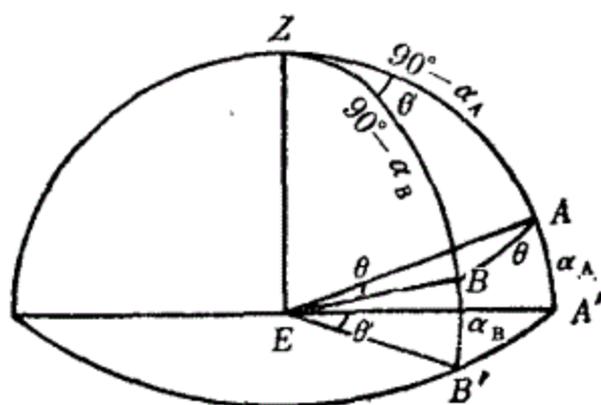


图 8-2

偏心站至A、B两点的方向。在球面三角形ZAB中,利用球面三角的余弦定理,可得

$$\cos \theta = \sin \alpha_B \sin \alpha_A + \cos \alpha_B \cos \alpha_A \cos \theta' \quad (8-2)$$

由此求出 θ 角。

测距归心改正的计算按下式进行:

$$\Delta D = -e \cos \theta + \frac{e^2 \sin^2 \theta}{2D} \quad (8-3)$$

如果要求 ΔD 计算到0.001米,当

$$e_* \leq \sqrt{D_{\text{公里}}}$$

时,式(8-3)的第二项小于0.0005米,可以不计,仅计算第一项;否则须加入第二项。

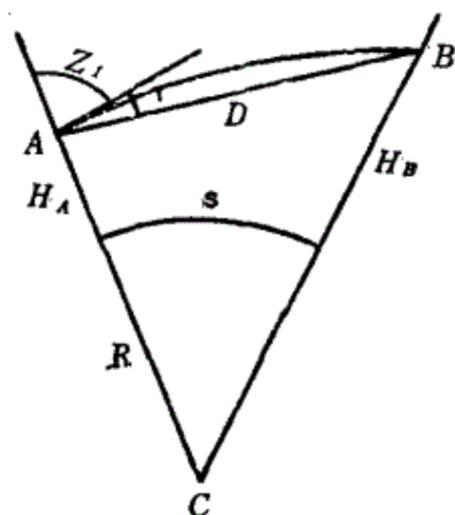


图 8-3

二、关于导线边三角高程验算的公式。一般三角高程测量的公式都是按球面上水平距离 s 计算高差。但导线测量中直接测定的是斜边长度 D 。现将利用斜边 D 计算单向高差的公式推导于下。

图8-3,由 ABC 三角形,利用正弦定律可以写出

$$\frac{R + H_A}{\sin B} = \frac{R + H_B}{\sin A} = \frac{D}{\sin C} \quad (8-4)$$

由图可见:

$$\left. \begin{aligned} A &= 180^\circ - (Z_1 + r) \\ C &= \frac{s}{R} \\ B &= Z_1 + r - \frac{s}{R} \end{aligned} \right\} \quad (8-5)$$

代入式(8-4)可得:

$$\begin{aligned} R + H_A &= (R + H_B) \frac{\sin(Z_1 + r) \cos \frac{s}{R} - \cos(Z_1 + r) \sin \frac{s}{R}}{\sin(Z_1 + r)} \\ &= (R + H_B) \left\{ \cos \frac{s}{R} - \operatorname{ctg}(Z_1 + r) \sin \frac{s}{R} \right\} \\ &= (R + H_B) \left\{ 1 + \left(\cos \frac{s}{R} - 1 \right) - \operatorname{ctg}(Z_1 + r) \sin \frac{s}{R} \right\} \end{aligned}$$

$$\text{故 } H_B - H_A = (R + H_B) \left\{ \operatorname{ctg}(Z_1 + r) \sin \frac{s}{R} - \left(\cos \frac{s}{R} - 1 \right) \right\} \quad (8-6)$$

由式(8-4)并顾及式(8-5)的关系, 可得

$$\begin{aligned} \sin \frac{s}{R} &= \frac{D \sin A}{R + H_B} = \frac{D \sin(Z_1 + r)}{R + H_B} \\ \cos \frac{s}{R} &= \sqrt{1 - \frac{D^2 \sin^2(Z_1 + r)}{(R + H_B)^2}} \approx 1 - \frac{D^2 \sin^2(Z_1 + r)}{2(R + H_B)^2} \end{aligned}$$

代入式(8-6), 得

$$H_B - H_A = D \cos(Z_1 + r) + \frac{D^2 \sin^2(Z_1 + r)}{2(R + H_B)} \quad (8-7)$$

上式中舍去了 $\frac{D^4}{R^3}$ 次项, 当 $D=32$ 公里时, 舍去的项小于 0.5 毫米。

其次写出折光角 r 的式子:

$$r = \frac{ks}{2R} \approx \frac{kD \cos \alpha_1}{2(R + H_B)}$$

由此可得出

$$\cos(Z_1 + r) \cong \sin \alpha_1 \left\{ 1 - \frac{kD \cos \alpha_1 \operatorname{ctg} \alpha_1}{2(R + H_B)} \right\}$$

$$\sin(Z_1 + r) \cong \cos \alpha_1 \left\{ 1 + \frac{kD \sin \alpha_1}{2(R + H_B)} \right\}$$

代入式(8-7), 得

$$H_B - H_A = D \sin \alpha_1 - \frac{kD^2 \cos^2 \alpha_1}{2(R + H_B)} + \frac{D^2 \cos^2 \alpha_1}{2(R + H_B)}$$

$$\text{或 } H_B - H_A = D \sin \alpha_1 + \frac{(1-k)}{2R} D^2 \cos^2 \alpha_1 \left(1 - \frac{H_B}{R} \right) \quad (8-8)$$

在推导上式时, 舍去的项, 当 $D=32$ 公里, $H_B - H_A=1000$ 米时, 小于 2.5 毫米。可见式(8-8)对实际应用是足够精确的了。

式(8-8)右方第二项中的 $\frac{1-k}{2R}$, 即通常称为地球曲率及大气折光改正系数 c 。该项后面的两个因数 $\cos^2 \alpha_1$ 和 $\left(1 - \frac{H_B}{R}\right)$ 在求高差时一般不得舍去, 否则当 $D=32$ 公里, $H_B - H_A$ 达到 1000 米, H_B 达到 6000 米时, 分别影响均可达到 7 厘米左右。但在由对向观测的高差求 c 值时, 对 c 值的联合影响最大也不会超过 $\frac{1}{500}$, 所以完全可以舍去。

三、关于导线坐标闭合差的允许值公式, 现说明如下:

1. 一、二等导线环的坐标闭合差。

各导线节的坐标推算, 是在方位角条件未经配赋的情况下进行的, 因此相当于自由导线。自由导线的纵横向上误差公式为

$$t^2 = \lambda^2 L^2 + \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 [(\Delta \xi)^2] + \frac{m\beta^2}{\rho^2} [(\eta_{n+1} - \eta)^2] \quad (8-9)$$

$$u^2 = \left(\frac{m_s}{s}\right)^2 [(\Delta \eta)^2] + \frac{m\beta^2}{\rho^2} [(\xi_{n+1} - \xi)^2]$$

式中 L 为导线节的闭合边长; ξ 、 η 为以导线节起始点为原点, L 方向为 ξ 轴, 与 L 垂直方向为 η 轴的直角坐标; $\Delta\xi$ 、 $\Delta\eta$ 为各边的 ξ 、 η 坐标增量; ξ_{n+1} 、 η_{n+1} 为导线节终点的坐标; $(\xi_{n+1} - \xi)$ 、 $(\eta_{n+1} - \eta)$ 为终点坐标与各导线点坐标 ξ 、 η 之差。

现改化式(8-9)中 $[(\xi_{n+1} - \xi)^2]$ 、 $[(\eta_{n+1} - \eta)^2]$ 两项, 命

$$\left. \begin{aligned} (\xi_{n+1} - \xi) &= (\xi_{n+1} - \xi_0) + (\xi_0 - \xi) \\ (\eta_{n+1} - \eta) &= (\eta_{n+1} - \eta_0) + (\eta_0 - \eta) \end{aligned} \right\} \quad (8-10)$$

式中: $\xi_0 = \frac{[\xi]}{n+1}$, $\eta_0 = \frac{[\eta]}{n+1}$ (8-11)

取式(8-10)各项平方和, 注意 $[(\xi_0 - \xi)] = 0$, $[(\eta_0 - \eta)] = 0$ 的关系, 可得

$$\left. \begin{aligned} [(\xi_{n+1} - \xi)^2] &= (n+1)(\xi_{n+1} - \xi_0)^2 + [\xi'^2] \\ [(\eta_{n+1} - \eta)^2] &= (n+1)(\eta_{n+1} - \eta_0)^2 + [\eta'^2] \end{aligned} \right\} \quad (8-12)$$

式中: $\xi' = \xi - \xi_0$, $\eta' = \eta - \eta_0$

关于按本规范规定布设的近于直伸的导线节, 在第七章说明中已经指出, 存在着以下的近于最大值的关系:

$$\left. \begin{aligned} [\xi'^2] &= L^2, & [\eta'^2] &= \frac{1}{10}L^2 \\ [(\Delta\xi)^2] &= \frac{1}{4}L^2, & [(\Delta\eta)^2] &= \frac{1}{10}L^2 \end{aligned} \right\} \quad (8-13)$$

现在还须求出 $\xi_{n+1} - \xi_0$ 和 $\eta_{n+1} - \eta_0$ 的概值。显然

$$\xi_{n+1} - \xi_0 \approx \frac{1}{2}L,$$

而由 $\eta < \frac{1}{5}L$ 的规定, 可以得知 $\eta_0 \leq 0.15L$, 而 $\eta_{n+1} = 0$, 即

$$|\eta_{n+1} - \eta_0| \leq 0.15L.$$

对于一、二等导线节, 导线边不得超过 7 条, 命 $n+1=8$, 于是

$$\left. \begin{aligned} (n+1)(\xi_{n+1} - \xi_0)^2 &\cong 2L^2 \\ (n+1)(\eta_{n+1} - \eta_0)^2 &\cong 0.18L^2 \end{aligned} \right\} \quad (8-14)$$

将式(8-13)、(8-14)有关各值代入式(8-12),再代入式(8-9),于是可得自由导线节纵横向中误差的概略公式:

$$t^2 = L^2 \left(\lambda^2 + \frac{1}{4} a^2 \cdot 10^{-12} + 6.6 m_\beta^3 \cdot 10^{-12} \right)$$

$$u^2 = L^2 \left(\frac{1}{10} a^2 \cdot 10^{-12} + 70.4 m_\beta^2 \cdot 10^{-12} \right)$$

将 $\lambda = 2 \times 10^{-6}$, 以及一、二等导线规定的 $a = \frac{m_s}{S} \cdot 10^6$ 和 m_β 值代入, 并命 L 以百公里为单位, t 、 u 以米为单位, 可得

一等导线节:

$$t_1^2 = 0.11L^2, \quad u_1^2 = 0.36L^2 \quad (8-15)$$

二等导线节:

$$t_2^2 = 0.17L^2, \quad u_2^2 = 0.73L^2 \quad (8-16)$$

设闭合导线环中还包括有三角锁段。按第七章说明中式(7-5), 当一等三角锁段已经平差, 锁段长 200 公里时, 其纵横向中误差为

$$t = \pm 0.73 \text{ 米}, \quad u = \pm 0.59 \text{ 米}$$

当三角锁段实长为 L (百公里为单位) 时, 其纵横向中误差可写为

$$t_{\equiv} = \pm 0.365L, \quad u_{\equiv} = \pm 0.295L \quad (8-17)$$

由图 8-3 可见, 由纵横向中误差化为坐标中误差的公式为:

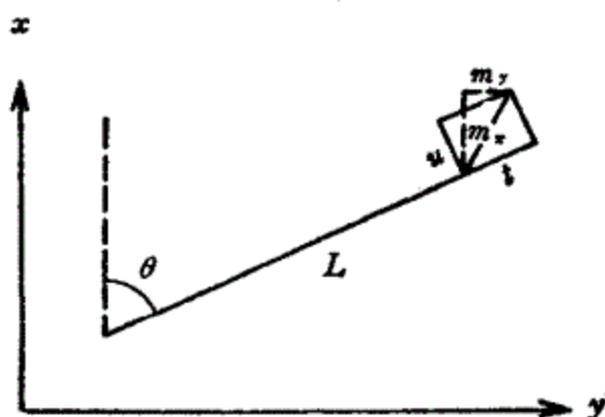


图 8-4

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= t^2 \cos^2 \theta + u^2 \sin^2 \theta \\ m_y^2 &= t^2 \sin^2 \theta + u^2 \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \quad (8-18)$$

当一个闭合环由若干个一、二等导线节和三角锁段构成时，其坐标闭合中误差的平方，应为各导线节和三角锁段分别求得的坐标中误差的平方和。将式(8-15)、(8-16)、(8-17)分别代入式(8-18)，求和，可得导线环坐标闭合差的中误差公式为

$$\left. \begin{aligned} m_x^2 &= +0.11[L^2 \cos^2 \theta]_I + 0.36[L^2 \sin^2 \theta]_I \\ &\quad + 0.17[L^2 \cos^2 \theta]_{II} + 0.73[L^2 \sin^2 \theta]_{II} \\ &\quad + 0.13[L^2 \cos^2 \theta]_{III} + 0.09[L^2 \sin^2 \theta]_{III} \\ m_y^2 &= +0.11[L^2 \sin^2 \theta]_I + 0.36[L^2 \cos^2 \theta]_I \\ &\quad + 0.17[L^2 \sin^2 \theta]_{II} + 0.73[L^2 \cos^2 \theta]_{II} \\ &\quad + 0.13[L^2 \sin^2 \theta]_{III} + 0.09[L^2 \cos^2 \theta]_{III} \end{aligned} \right\} \quad (8-19)$$

坐标闭合差的允许值应为按上式计算的中误差的二倍。

2. 当一、二等导线环已经平差，在环内布设附和导线时，由于坐标推算也是在方位角条件自由项未经配赋的情况下进行的，因此计算坐标闭合差的中误差时，也应按自由导线公式：

$$m_{x(附)} = \lambda^2 L^2 \cos^2 \theta + \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 [(\Delta x)^2]$$

$$+ \frac{m\beta^2}{\rho^2} [(y_{n+1} - y)^2]$$

$$m_{y(附)} = \lambda^2 L^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{m_s}{s} \right)^2 [(\Delta y)^2]$$

$$+ \frac{m\beta^2}{\rho^2} [(x_{n+1} - x)^2]$$

将 $\lambda = 2 \times 10^{-6}$ ，和二、三、四等导线规定的 $\frac{m_s}{s}$ 和 m_β 值代

入,即可得出本条所给出的二、三、四等附和导线坐标闭合差的中误差公式。

由于附和导线起闭于已知导线点(三角点)上。为顾及已知点间坐标差的中误差,附和导线的坐标闭合差允许值规定为其中误差的三倍。